

PAULO CESAR RÊGO BEZERRA

Engenheiro Cartógrafo

SISTEMAS DE REFERÊNCIA ASSOCIADOS AO NNSS

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas para obtenção do Grau de Mestre em Ciências pela Universidade Federal do Paraná.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

1988

**SISTEMAS DE REFERÊNCIA
ASSOCIADOS AO NNSS**

DISSERTAÇÃO

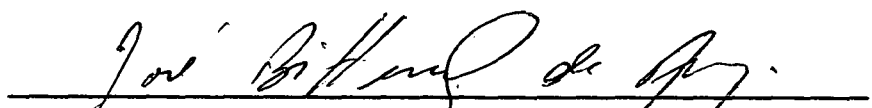
Apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências
Geodésicas para Obtenção do Grau de Mestre em Ciências pela
Universidade Federal do Paraná

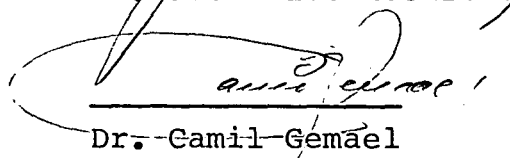
por

PAULO CESAR RÊGO BEZERRA, Engenheiro Cartógrafo

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
1988

BANCA EXAMINADORA


Dr. José Bittencourt de Andrade - Orientador


Dr. Camil Gemael


Dr. Milton de Azevedo Campos

DEDICATÓRIA

Dedicado a meus pais, Ivan e Gardênia,
a minha irmã, Ivana,
a minha esposa, Denise,
e a meus filhos, Caetano e Helena,
pelo apoio, pela compreensão e, sobretudo, pelo amor.

AGRADECIMENTOS

Desejo externar minha gratidão ao orientador desta dissertação:

Dr. José Bittencourt de Andrade,

bem como às pessoas:

Dr. Camil Gemael

Dr. Luiz Danilo Damasceno Ferreira

Leonardo Castro de Oliveira, MSc.

Dr. Petr Vanícek

Dr. Gunter Seeber

Dr. Ernst Ulrich Fischer

Júlio Cesar Lima d'Alge, MSc.

Soraya Porto de Barros Gomes Rigo Lima

Marilda Piedade Godoi de Moraes

e instituições:

UFPr

CAPES

IME

INPE

RESUMO

O propósito deste trabalho é discutir os conceitos relacionados à definição e à materialização dos sistemas de referência associados ao Navy Navigation Satellite System (NNSS). São apresentados todos os princípios teóricos necessários ao completo entendimento desta questão, de um modo tal que eles são facilmente aplicáveis a outros sistemas de satélites de posicionamento ou de navegação.

ABSTRACT

The purpose of this work is to discuss the concepts related to the definition and materialization of the reference systems associated to the Navy Navigation Satellite System (NNSS). All the theoretical principles necessary to the complete understanding of this matter are introduced, in such a way that they are readily applicable to other positioning or navigation satellite systems.

CONTEÚDO

	<u>Pág.</u>
Título.....	ii
Dedicatória.....	iii
Agradecimentos	iv
Resumo.....	v
Abstract.....	v
Conteúdo.....	vi
Lista de figuras	viii
Lista de tabelas	viii
 INTRODUÇÃO.....	 1
 CAPÍTULO 1 - CONCEITOS BÁSICOS	
 1.1 - Modelos Matemáticos	 3
1.2 - Variáveis Aleatórias	6
1.3 - Métodos de Estimação	7
 CAPÍTULO 2 - SISTEMAS DE REFERÊNCIA	
 2.1 - Espaços Físicos e Abstratos	 13
2.2 - Concepção, Definição e Materialização de Sistemas de Referência.....	13
2.3 - Modelagem do Espaço Físico	15
2.4 - Sistemas Inerciais e Terrestres	23
2.4.1 - Movimento Rotacional do Eixo Instantâneo de Rotação da Terra.....	25
2.4.2 - Tempo	36
2.4.3 - Transformações entre os Sistemas de Referência Convencionais Terrestre e Quase-Inercial.....	40

CAPÍTULO 3 - MOVIMENTO ORBITAL DE UM SATÉLITE ARTIFICIAL

3.1 - Dinâmica de Satélites Artificiais	46
3.2 - Descrição de Órbitas	53
3.3 - Propagação de Órbitas	56
3.4 - Determinação de Órbitas.....	61

CAPÍTULO 4 - DEFINIÇÃO E MATERIALIZAÇÃO DOS SISTEMAS DE REFERÊNCIA ASSOCIADOS AO NNSS

4.1- Introdução	64
4.2 - Efemérides Irradiadas e Precisas	69
4.2.1 - Soluções Geodésicas Gerais	71
4.2.1.1 - Sistema de Referência Associado às Efemérides Irradiadas.....	72
4.2.1.2 - Sistema de Referência Associado às Efemérides Precisas.....	74
4.2.2 - Cálculo das Efemérides	77
4.2.2.1 - Cálculo das Efemérides Irradiadas	78
4.2.2.2 - Cálculo das Efemérides Precisas	81
4.3 - Posicionamento com o NNSS.....	83
4.3.1 - Posicionamento por Ponto	84
4.3.2 - Translocação	85
4.3.3 - Órbita Relaxada	86
4.3.4 - Arcos Curtos	87
4.4 - Incertezas Relacionadas aos Sistemas de Referência Associados ao NNSS.....	88
CONCLUSÕES.....	92
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	94

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 - Rotação Livre da Terra Rígida	27
2.2 - Movimento do Polo para a Terra Rígida	30
2.3 - Precessão Luni-Solar e Nutação Principal do Eixo do Momento Angular.....	33
2.4 - Sistema Cartesiano de Referência Adotado pelo IPMS.....	43
2.5 - Sistemas X'Y'Z', x'y'z' e xyz	44
3.1 - Sistemas xyz e $x_a y_a z_a$	48
3.2 - Elementos Keplerianos	54

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
4.1 - Modelos Geopotenciais Utilizados em Associação às Efemérides Precisas	75
4.2 - Conjuntos de Coordenadas de Estações TRANET Utilizados em Associação às Efemérides Precisas.	75

INTRODUÇÃO

O Navy Navigation Satellite System (NNSS) vem sendo intensivamente usado no Brasil desde a década de 70, particularmente em aplicações de posicionamento geodésico.

Entretanto, pouca consideração tem sido dada aos aspectos dinâmicos envolvidos nesta questão; como consequência disto, pode-se observar uma certa confusão no que diz respeito ao sistema de referência no qual ficam expressas as posições resultantes, bem como uma utilização bastante reduzida de métodos mais poderosos de posicionamento, nos quais são exploradas mais a fundo as potencialidades do sistema.

Assim, procurou-se neste trabalho uma visão mais abrangente do NNSS, a partir de um estudo dos conceitos que lhe servem de base.

O Capítulo 1 contém um estudo sucinto de conceitos fundamentais ligados à modelagem matemática de fenômenos físicos, englobando seus aspectos determinísticos e estocásticos.

No Capítulo 2 é apresentada a conceituação de sistemas de referência; em especial, são analisados pormenorizadamente os sistemas terrestres e inerciais, sendo enfocados todos os aspectos julgados relevantes face ao objetivo visado.

Conceitos de Mecânica Orbital ligados à descrição e à determinação do movimento de satélites artificiais são mostrados no Capítulo 3, onde ainda uma vez

se procurou realizar um estudo bastante particularizado, suficiente apenas à compreensão do capítulo subsequente.

Por fim, no Capítulo 4 é abordado extensivamente o processo de definição e de materialização dos sistemas de referência associados ao NNSS, em seus mais diversos níveis e possibilidades; adicionalmente, é efetuada uma breve análise das incertezas envolvidas.

CAPÍTULO 1

CONCEITOS BÁSICOS

1.1 - MODELOS MATEMÁTICOS

O objetivo fundamental de qualquer ciência física é descrever e/ou explicar, no todo ou em parte, uma dada realidade. A consecução de tal objetivo se dá através da construção de um modelo, que é uma descrição simplificada das propriedades essenciais das operações e objetos físicos sob consideração [48].

Concretamente, se tem acesso à realidade física através de um modelo matemático, que é um conceito abstrato envolvendo objetos matemáticos e relações matemáticas entre estes objetos. Tais elementos, que não existem na natureza, são então associados aos seus correspondentes no mundo real. Assim, conquanto a aquisição de observações seja um processo físico, o produto de tal processo somente assume o significado de observação por associação com o correspondente elemento do modelo matemático. Com a inserção das observações no modelo é então possível extrair informações sobre quantidades de interesse, representadas em tal modelo.

O conhecimento limitado que se tem acerca da realidade física implica, entretanto, que os modelos matemáticos representam apenas aproximadamente essa realidade. Por essa razão é que o modelo matemático vem a

se constituir de duas partes indissociáveis: o modelo determinístico e o modelo estocástico.

Modelo determinístico: aqui são descritas as propriedades determinísticas do sistema físico considerado. Deve-se observar que, uma vez aceita a hipótese fundamental de que existem valores verdadeiros para os elementos de um modelo, tais valores são axiomáticamente determinísticos [11].

Modelo estocástico: onde são consideradas as propriedades estocásticas (probabilísticas) dos elementos envolvidos no modelo determinístico, em particular aqueles que representam as observações [30].

Assim sendo, dado um conjunto de quantidades desconhecidas nas quais se tem interesse, mas considerando que tais quantidades não podem ser medidas diretamente, é necessário formular um conjunto de funções (modelo determinístico) que as relacione a quantidades diretamente mensuráveis, de acordo com as correspondentes leis da natureza e da geometria [45].

Alguns elementos do modelo podem ser considerados completamente conhecidos, de vez que não se visa refinar seus valores. Estes elementos terão seus valores fixados para efeito da estimação das quantidades desconhecidas, sendo por isto conhecidos como constantes; as quantidades desconhecidas serão chamadas parâmetros do modelo e, uma vez que praticamente nada se sabe delas, seus valores variarão livremente durante o processo de sua estimação. Por fim, colocadas em algum ponto entre as constantes e os parâmetros estão as observações, elementos do modelo para os quais se pode estimar, previamente à

estimação dos parâmetros, valores numéricos, em conjunto com uma avaliação da incerteza a eles correspondente.

O modelo estocástico corresponde portanto ao conjunto total de hipóteses acerca das variações estatísticas dos valores associados aos elementos do modelo e de como estas variações influenciam umas às outras. Cumpre frisar ainda que, apesar da existência a nível prático de constantes e parâmetros, jamais se encontram em ciências físicas elementos cujos valores sejam perfeitamente determinados ou completamente desconhecidos. Dessa forma justifica-se a possível utilização de um procedimento unificado [30], no qual todos os elementos do modelo são tratados à semelhança das observações; concomitantemente, empregar-se-ia a estatística de Bayes, ao invés da estatística paramétrica, adotada no procedimento clássico [30].

A variabilidade dos valores associados aos elementos do modelo não é, no entanto, inerente ao fenômeno físico em si; tal variabilidade, e em consequência as incertezas dela decorrentes, expressa antes o conhecimento limitado que se possui da realidade física, limitação esta materializada pelo próprio modelo determinístico.

No passado tais variações eram atribuídas a erros de observação. No presente, entretanto, se aceita a variabilidade ou aleatoriedade dos resultados das medições como uma propriedade essencial das observações e se faz uso de conceitos estatísticos de modo a levá-la em consideração [30].

1.2 - VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

De importância fundamental neste contexto é o conceito de variável aleatória, definida como uma variável que tem associada a cada um de seus possíveis valores uma dada probabilidade de ocorrência. Ao conjunto de todos os possíveis valores assumidos por uma variável aleatória, juntamente com a probabilidade de ocorrência de cada um deles, se dá o nome de distribuição de probabilidade associada à variável aleatória. As distribuições de probabilidade são de duas espécies: Funções de Distribuição Acumulada e Funções de Densidade de Probabilidade. Há que se considerar o caso n -dimensional, em que n variáveis aleatórias possuirão uma distribuição de probabilidade conjunta.

Em qualquer situação, as propriedades probabilísticas de uma ou mais variáveis aleatórias serão especificadas por sua distribuição de probabilidade, distribuição esta que será totalmente caracterizada através de um conjunto de variáveis, chamadas parâmetros; via de regra, tais parâmetros são derivados, direta ou indiretamente, dos momentos estatísticos associados às variáveis aleatórias. Os momentos mais importantes são aqueles correspondentes à média, à variância e, somente no caso n -dimensional, à covariância.

É preciso destacar, entretanto, que as distribuições de probabilidade, e conseqüentemente os parâmetros que as caracterizam, expressam o comportamento de toda a população, ou seja, correspondem a valores que seriam encontrados caso os eventos estatísticos relacionados às variáveis aleatórias em questão fossem repetidos infinitas vezes. Na prática, todavia, tais eventos, como é o caso das medições, são repetidos por um

número limitado de vezes, pelo que se é levado a considerar o conjunto total de eventos realizados como uma amostra da distribuição de probabilidade correspondente. Não é possível, assim, determinar os parâmetros populacionais característicos da distribuição de probabilidade associada às variáveis aleatórias em questão, mas apenas estimá-los com base nos valores amostrais obtidos; tais estimativas são denominadas estatísticas.

Em geral se irá adotar a priori (na formulação do modelo estocástico) um determinado tipo de distribuição de probabilidade para as variáveis aleatórias em questão, com o que se fica restrito à estimação de um menor número de parâmetros necessários à completa especificação do comportamento estocástico das mesmas variáveis. Por exemplo, no caso de uma distribuição normal, as médias, variâncias e covariâncias referentes às variáveis aleatórias envolvidas especificam-na completamente. A vantagem básica obtida com a pré-fixação do tipo de distribuição está em que se pode utilizar então amostras de menor tamanho que as que se utilizaria para estimar todos os parâmetros de uma distribuição completamente desconhecida.

1.3 - MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO

A estimação a ser feita com respeito aos parâmetros de interesse se realiza através de estimadores que atendam a critérios determinados de qualidade, podendo ser de dois tipos: Puntual ou por Intervalos de Confiança. A diferença básica está em que, no primeiro caso se obtêm valores únicos de estimativa para os parâmetros, enquanto no segundo resultam intervalos que têm probabilidade de conter os valores verdadeiros dos parâmetros definida por níveis de confiança pré-escolhidos. Deve-se ressaltar que

esta última forma de estimação requer o prévio conhecimento do tipo de distribuição de probabilidade associada às variáveis aleatórias.

Dentre os vários métodos usados para a avaliação de parâmetros de distribuições de probabilidade talvez o mais difundido seja o dos mínimos quadrados. Uma de suas características é a de que não é necessário conhecer a distribuição de probabilidade associada às observações para se obter estimativas pontuais de parâmetros das distribuições de probabilidade associadas aos elementos a elas relacionadas por um dado modelo matemático. A estimação de parâmetros por intervalos de confiança requer, entretanto, o conhecimento das distribuições associadas às observações. Outrossim, é importante ressaltar que estimativas pontuais de parâmetros não têm qualquer significado estatístico se não for conhecida a forma de distribuição de probabilidade à qual se referem, a menos que se estimem todos os parâmetros necessários à completa caracterização da distribuição.

Relacionados à avaliação de qualidade de uma dada estimação estão os conceitos de precisão e acurácia. A precisão é uma medida da dispersão de uma dada distribuição de probabilidade, relacionando-se portanto com a estimativa de variância (no caso unidimensional). Por outro lado a acurácia expressa o grau de proximidade existente entre a estimativa (pontual) de um dado parâmetro, em geral a média, e o valor (verdadeiro) do mesmo parâmetro. Desta maneira definidos, a exemplo do adotado em [40], os conceitos são independentes mas complementares, devendo

ambos serem considerados em uma avaliação de qualidade referente a uma estimação.

Assim, dada uma realidade física descrita conceitualmente através de um modelo determinístico, no qual não se apreendem todas as características da mesma realidade, o procedimento adotado é o de considerar os elementos do modelo como variáveis aleatórias, associadas a uma distribuição de probabilidade conjunta que tem algumas de suas características pré-estabelecidas pelo modelo estocástico. Eventos estatísticos, como por exemplo medições, são considerados realizações das variáveis aleatórias, sendo portanto, amostras a partir das quais se pode estimar a distribuição de probabilidade, através de seus parâmetros. Uma crescente superabundância de realizações corresponderá deste modo à obtenção de amostras de maior tamanho, com o que se poderá estimar os referidos parâmetros com maior confiabilidade.

Tal tratamento está fundamentado na hipótese de que a influência dos componentes da realidade física que não estão expressos no modelo determinístico é aleatória de medição para medição. Consequentemente, também são aleatórias as inconsistências encontradas entre medições redundantes. No entanto, para que a mesma hipótese não seja invalidada faz-se necessária a tomada de certos cuidados.

A ocorrência de enganos (classicamente conhecidos como erros grosseiros) dá lugar a observações que não podem ser consideradas como pertencentes a amostras da distribuição de probabilidade em questão. Assim sendo, tais observações devem ser previamente excluídas, conquanto

sua detecção nem sempre seja simples, especialmente em casos de pequena magnitude.

De outra parte, a existência de tendenciosidades, ou efeitos sistemáticos, indica uma inconsistência entre a realidade física, a que se tem acesso através das observações realizadas, e o modelo funcional que a representa. A detecção desta inconsistência está sujeita, entretanto, à adoção de padrões externos de referência que representem os valores verdadeiros dos parâmetros a estimar [40].

Pode-se dizer, contudo, que o fato de que as observações não estejam acuradas não representa necessariamente um problema insolúvel, posto que uma melhor adequação do modelo matemático à realidade física pode permitir a obtenção de estimativas não tendenciosas para os parâmetros de interesse. Tal adequação se pode efetuar segundo variados procedimentos:

1. redução, ou pré-refinamento, das observações; nesse caso, as observações reduzidas é que são tratadas pelo modelo estocástico;
2. parametrização dos efeitos sistemáticos;
3. pré-refinamento das observações conjugado com parametrização dos efeitos sistemáticos residuais;
4. tratamento dos efeitos sistemáticos como observações, com valores numéricos associados a priori.

Independentemente do procedimento adotado, é importante perceber que o resultado do processo de medição

não é, em geral, diretamente associável ao elemento que lhe corresponde no modelo matemático. Evidentemente, este problema poderia ser contornado pela ampliação do modelo determinístico, eliminando-se neste processo os efeitos sistemáticos existentes. Tal solução levaria, entretanto, à formulação de um modelo mais complicado sem que se obtivesse, em comparação com os procedimentos citados, uma melhoria em qualidade nos resultados. Isto pode ser observado, por exemplo, na comparação com a redução das observações já que, embora tal redução venha a gerar novas incertezas, a magnitude das mesmas é em geral insignificante se comparada a das incertezas já produzidas anteriormente.

Em termos práticos, a formulação de um modelo matemático é condicionada pelos instrumentos e técnicas de medição empregados. Assim, procede-se inicialmente à seleção destes, de modo a que se obtenham observações acuradas e suficientemente precisas, em vista de um dado propósito de aplicação. O modelo matemático é então formulado dentro de um grau de detalhamento que se coadune com o nível de precisão das observações, adotando-se ainda, quando for o caso, procedimentos que assegurem a adequação entre o modelo e as observações, o que evita o surgimento de tendenciosidades. Note-se que em presença de grandes erros de observação a adoção de um modelo simplificado é garantida, de vez que um modelo elaborado não traria compensação à perda de informação associada aos erros de observação [11].

Simplificações de uso comum na formulação de modelos são a não consideração de todas as condições particulares sob as quais se processaram as medições, a nível de modelo determinístico, pressupondo-se ainda, no modelo estocástico, que as variáveis aleatórias

correspondentes às observações feitas sejam estatisticamente independentes e normalmente distribuídas.

Deve-se destacar assim que são as observações a matéria prima básica a partir de onde se constroem os resultados, e estes são sempre o primeiro interesse do geodesta e de outros usuários [36]. No entanto, em um contexto mais amplo, o objetivo fundamental da Geodésia ou de qualquer outra ciência física se vai atingindo à medida que os resultados, obtidos a partir do tratamento dado às observações por um certo modelo, são utilizados na formulação de novos modelos, mais fiéis à realidade física, em ciclos contínuos e sucessivos de aperfeiçoamento.

CAPÍTULO 2

SISTEMAS DE REFERÊNCIA

2.1 - ESPAÇOS FÍSICOS E ABSTRATOS

Enquanto em Matemática se trabalha com espaços abstratos, ou seja, espaços axiomaticamente aceitos, em Geodésia se tem que trabalhar com o espaço físico. O espaço físico é o espaço no qual existem objetos físicos e no qual se está apto a realizar medições. Pode-se dizer que o espaço físico é subentendido pelos objetos físicos que nos rodeiam [46]. Para a consecução dos objetivos da Geodésia se representa então a realidade do espaço físico em que vivemos através de um modelo matemático, o espaço abstrato, no qual os objetos físicos são representados por objetos geométricos.

Para estudar as propriedades de interesse geodésico dos objetos do espaço físico é conveniente, embora não necessário, usar um sistema de coordenadas [47], o qual, por corresponder a um conceito teórico, deve ser introduzido por definição no correspondente espaço abstrato. Mas, uma vez que os objetos constituem a realidade em torno de nós, eles devem ser considerados as entidades fundamentais, correspondendo o sistema de coordenadas apenas a uma ferramenta que se utiliza [46].

2.2 - CONCEPÇÃO, DEFINIÇÃO E MATERIALIZAÇÃO DE SISTEMAS DE COORDENADAS

Para que um sistema de coordenadas seja estabelecido, deve-se primeiramente proceder à sua concepção. Nesta fase são especificados os requisitos

desejáveis para o sistema, não se envidando entretanto qualquer esforço no sentido de construí-lo; tem-se então o sistema de coordenadas idealizado.

Em seguida, é necessário escolher um conjunto de objetos físicos com propriedades que possam ser descritas, através de uma dada teoria, no sistema de coordenadas idealizado. Isso corresponde à modelagem do espaço físico subentendido pelo conjunto de objetos escolhido, na qual são estabelecidas propriedades geométricas, cinemáticas e/ou dinâmicas dos objetos do correspondente espaço abstrato. Assim, conforme destacado em [22], a definição de um sistema de coordenadas pressupõe a existência de um modelo do sistema físico que é usado para defini-lo.

Um sistema de coordenadas fica então definido uma vez que se determinam os procedimentos necessários à estimação de coordenadas neste sistema; isto corresponde, à luz da modelagem do sistema físico escolhido, à especificação das medições e dos cálculos a serem efetuados. Na prática, tais passos podem incluir a redução das observações e a estimação de parâmetros adicionais. Neste ponto, as coordenadas estão completamente definidas, mas não necessariamente acessíveis [35].

A materialização de um sistema de coordenadas se efetiva com a execução das medições especificadas, a partir das quais é possível estimar, através do uso do modelo, valores de coordenadas de um número selecionado de pontos, referidos ao sistema em questão.

Deve-se ressaltar, entretanto, que mesmo que a modelagem seja baseada em princípios físicos corretos,

resta sempre uma parte de imperfeição ou arbitrariedade [35]. Devido a isto, a definição e a materialização de sistemas de coordenadas incorporam sempre aspectos convencionais e estocásticos, não se podendo considerar o sistema resultante como perfeita realização do sistema idealizado.

A consistência de tal sistema dependerá da precisão e acurácia das medições e de suas reduções, da completeza do modelo, da correção das constantes usadas e da precisão dos cálculos [47].

Para estimar coordenadas de um ponto qualquer, referidas ao mesmo sistema, novas medições e cálculos são efetuados, a partir de pontos com coordenadas já estimadas, tendo como base, via de regra, um modelo simplificado.

2.3 - MODELAGEM DO ESPAÇO FÍSICO

A modelagem determinística do espaço físico corresponde à adoção de uma teoria que especifique as propriedades geométricas, cinemáticas e dinâmicas inerentes aos objetos abstratos representativos dos objetos físicos nele existentes. Vale destacar, entretanto, que uma modelagem que se faça com o propósito de dar suporte à definição de um sistema de coordenadas não precisa necessariamente ser completa ou exaustiva, mas apenas abordar as propriedades essenciais à consecução de tal propósito. De qualquer modo, todas essas propriedades têm relação com o posicionamento espacial dos objetos considerados, posto que a adequada expressão deste só é obtida a partir do próprio sistema de coordenadas. Se os objetos em estudo estão em movimento, a consideração de suas propriedades cinemáticas se relaciona à concepção de

um sistema de referência, que se obtém conjugando um dispositivo de medição de tempo ao sistema de coordenadas [29]. A consideração de propriedades dinâmicas dos objetos torna ainda necessária a utilização do conceito de corpo material, que corresponde a associar a cada objeto geométrico uma dada grandeza, a massa.

As leis do movimento, enunciadas por Newton, correspondem à primeira teoria em que foram abordadas de forma global as propriedades geométricas, cinemáticas e dinâmicas de sistemas físicos. Tais leis foram fortemente influenciadas pelos estudos desenvolvidos por Galileu.

De fato, a primeira Lei de Newton do Movimento é simplesmente a Lei de Galileu da Inércia; nela se estabelece que se nenhuma força resultante for aplicada a um corpo, ele persistirá em seu estado de repouso ou de movimento retilíneo uniforme. A tendência de um corpo a resistir a uma mudança neste estado é denominada inércia; a medida de inércia de um corpo é dada por sua massa inercial¹. No entanto, a primeira lei do movimento, bem como a segunda e a terceira, somente são válidas quando expressas em sistemas de referência especiais, ditos inerciais. A definição de tais sistemas está vinculada, na Teoria de Newton, ao conceito de espaço absoluto. Axiomaticamente euclidiano, o espaço absoluto é contínuo, isotrópico e, conseqüentemente, homogêneo [09],

1 - Pode-se também definir a massa de um corpo como uma medida da intensidade da força gravitacional que algum outro corpo exercerá sobre ele quando os dois corpos estiverem a uma certa distância um do outro [12]; tem-se então a massa gravitacional que, na Teoria de Newton, é igual à massa inercial.

do que resulta completa relatividade de posicionamento ou de orientação. A curvatura nula do espaço euclidiano permite a utilização de sistemas de coordenadas cartesianos.

Um sistema de referência inercial é aquele que está em repouso ou em movimento retilíneo uniforme em relação ao espaço absoluto [34]; é fácil ver que um sistema em repouso ou transladando com velocidade uniforme em relação a um sistema inercial, é também um sistema inercial. As relações entre os movimentos de corpos expressos em termos de dois sistemas de referência inerciais são denominadas Transformações de Galileu; essas transformações mantêm invariantes as equações fundamentais da Teoria de Newton.

A mecânica newtoniana adota ainda os conceitos de massa (inercial e gravitacional) invariante e de tempo absoluto, independentes do espaço, o que significa que serão os mesmos em quaisquer dois sistemas inerciais. Ao fato das propriedades de espaço e tempo e das leis da mecânica serem idênticas em todos os sistemas inerciais dá-se o nome de Princípio da Relatividade de Galileu.

A Teoria de Newton não é aplicável, entretanto, a fenômenos eletromagnéticos, já que prevê variações na velocidade de propagação da luz no vácuo, em função da existência de movimento relativo entre a fonte de luz e um receptor inercial, o que contraria a evidência experimental de que a velocidade de propagação da luz no

vácuo é constante, independentemente da velocidade de sua fonte.

A Teoria da Relatividade Especial, proposta por Einstein em 1905, englobou os fenômenos mecânicos e eletromagnéticos, fundamentando-se em dois postulados [29]:

1. as leis da natureza (incluindo as leis da mecânica e da eletrodinâmica) são as mesmas em todos os sistemas de referência inerciais;
2. a velocidade da luz tem o mesmo valor para todos os sistemas inerciais, independentemente da velocidade da fonte de luz.

A exemplo da Teoria de Newton, a da Relatividade Especial supõe a existência de sistemas de referência privilegiados, com a diferença de que estes são definidos no espaço-tempo continuum, e não no espaço absoluto. Este espaço-tempo continuum, também conhecido como espaço de Minkowski, é obtido abandonando-se o conceito de tempo absoluto e somando-se o tempo como uma quarta coordenada às três coordenadas espaciais euclidianas. É assim gerada uma nova cinemática, dita einsteiniana, na qual o espaço e o tempo são inseparáveis e os movimentos de corpos expressos em termos de dois sistemas de referência inerciais são relacionados através das Transformações de Lorentz; da mesma forma que na Teoria de Newton, um sistema de referência que se move com

velocidade constante com respeito a um sistema inercial é também um sistema inercial [31].

De acordo com as Transformações de Lorentz, no entanto, as propriedades de espaço, tempo e inércia são expressas de modo variável em sistemas inerciais diversos; assim, referenciando tais propriedades a um sistema inercial em movimento com respeito ao espaço-tempo continuum, e comparando-as às suas correspondentes, referenciadas a um sistema inercial em repouso, tem-se:

- a) contração do espaço;
- b) dilatação do tempo;
- c) aumento da massa inercial (a massa gravitacional é invariante e igual à massa inercial em repouso).

No entanto, dada a evidência experimental de que a constância da velocidade da luz não pode ser mantida na presença da gravidade, conclui-se que a Teoria da Relatividade Especial é válida apenas na ausência de campo gravitacional.

Para levar em conta a influência da gravidade, Einstein elaborou a Teoria da Relatividade Geral, na qual é usada a Geometria de Riemann, ao invés da de Euclides, para descrever o espaço-tempo continuum; isso significa que a presença de matéria deforma a geometria do espaço-tempo continuum, com as retas do espaço-tempo euclidiano passando a ser curvas geodésicas no espaço-tempo riemanniano [39].

O efeito geométrico desta alteração pode ser compreendido se se compara, a exemplo de [31], o elemento

de linha expresso em um sistema de referência inercial definido no espaço-tempo continuum euclidiano:

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2 \quad (2.1)$$

com o elemento de linha expresso em um sistema de referência genérico no espaço-tempo continuum riemanniano:

$$ds^2 = \sum_{\alpha=1}^4 \sum_{\beta=1}^4 g_{\alpha\beta} dx_{\alpha} dx_{\beta} \quad (2.2)$$

Em (2.1) temos $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$ denotando coordenadas espaciais cartesianas e $x_4 = ict$, com t denotando tempo e c a velocidade (constante) da luz no vácuo; em (2.2), x_1 , x_2 , x_3 e x_4 denotam coordenadas curvilíneas no espaço-tempo, com os $g_{\alpha\beta}$ denotando os coeficientes métricos, funções destas coordenadas, e compondo um tensor métrico 4 x 4.

Os coeficientes métricos do espaço de Riemann se relacionam com a massa gravitacional em cada ponto, de modo que o mundo geométrico compreende espaço, tempo e matéria [29]. Por causa da dependência da distribuição de matéria não há, no espaço-tempo de Riemann, relatividade de posicionamento ou de orientação, sendo as

propriedades do espaço-tempo, que derivam dos coeficientes métricos, variáveis de ponto para ponto.

O elemento de linha (2.2) se relaciona com (2.1) do mesmo modo que um elemento de linha em uma superfície curva:

$$ds^2 = E du^2 + F du dv + G dv^2 \quad (2.3)$$

se relaciona com o elemento de linha em uma superfície plana:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 \quad (2.4)$$

Em (2.4), x e y são coordenadas cartesianas bidimensionais, enquanto em (2.3) u e v são coordenadas curvilíneas, com E, F, G formando o tensor métrico:

$$\begin{bmatrix} E & F \\ F & G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Tem-se, assim, completa analogia entre as formas gerais (2.2) e (2.3) e as formas "inerciais" (2.1) e (2.4).

Deve-se notar então que, em uma vizinhança infinitesimal de um ponto qualquer de uma superfície curva, se pode introduzir um sistema de coordenadas tal que um elemento de linha da forma geral (2.3) se expresse como na forma "inercial" (2.4), mas que não há como introduzir um sistema de coordenadas em uma superfície curva de modo que

a forma "inercial" do elemento de linha valha em toda a superfície.

Assim, pela aplicação da analogia, se pode concluir que no espaço-tempo continuum riemanniano é possível definir sistemas inerciais de caráter local, nos quais as leis da natureza tomam a mesma forma que na relatividade especial; a mesma analogia mostra, entretanto, que é impossível a definição de um sistema inercial que seja válido em todo o espaço-tempo.

Neste sentido, não existem sistemas inerciais na relatividade geral. Todos os sistemas de coordenadas são, em princípio, equivalentes, não havendo sistemas privilegiados; este é o Princípio da Relatividade Geral de Einstein [31].

É primordial ressaltar, todavia, que para um sistema de referência inercial que se mova com a Terra em torno do Sol haverá uma diferença da ordem de 10^{-9} entre usar a Teoria da Relatividade Geral ou a Especial, e uma diferença da ordem de 10^{-8} entre usar esta última ou a mecânica newtoniana [31].

Em vista disso, o procedimento normalmente adotado em Geodésia é o de utilizar a mecânica newtoniana, mais simples e cômoda, tomando em conta efeitos relativísticos apenas quando estritamente necessários. Nesse sentido deve-se observar que 10^{-8} corresponde na superfície da Terra, a aproximadamente 6cm; assim, são necessárias pelo menos correções para os efeitos da Relatividade Especial quando o nível de precisão e acurácia que se busca se situa neste nível [34].

2.4 - SISTEMAS INERCIAIS E TERRESTRES

Nesse item, proceder-se-á à concepção de sistemas de referência inerciais e terrestres; a partir daí, adotando-se como premissa básica a Teoria de Newton, serão estudados os aspectos pertinentes à definição de cada um e ao relacionamento entre ambos.

O item anterior introduziu uma concepção implícita e limitada de sistemas inerciais, ao afirmar que estes seriam os sistemas especiais nos quais seriam válidas as leis de Newton; isto pode ser estendido a todo o domínio da Mecânica, levando à seguinte concepção: sistema inercial é aquele em que as equações do movimento não contêm termos rotacionais ou translacionais não-uniformes.

Isso significa que em um sistema inercial cartesiano XYZ definido com base na Teoria de Newton as equações do movimento tomam a forma newtoniana:

$$F_x = m \frac{d^2x}{dt^2}, \quad F_y = m \frac{d^2y}{dt^2}, \quad F_z = m \frac{d^2z}{dt^2} \quad (2.6)$$

Se se recorda então a imposição de que um sistema inercial esteja em repouso ou em movimento retilíneo uniforme em relação ao espaço absoluto, é possível concluir que em um sistema de referência rotante as equações do movimento não se expressam segundo a forma newtoniana por conterem termos rotacionais. Na prática, esses termos correspondem a forças fictícias, tais como a força centrífuga e a de Coriolis; deve-se notar que essas

forças não são reais, mas apenas decorrem do fato de se expressar as equações do movimento em um sistema de referência não inercial [31].

Outro conceito relevante neste contexto é o de sistema quase-inercial, que é todo aquele que descreve apenas uma translação não uniforme em relação a um sistema inercial. Um sistema deste tipo, conquanto não seja inercial, compartilha com este último a propriedade de que as equações do movimento nele expressas não contêm forças fictícias de natureza rotacional; deve-se observar, entretanto, que em tais equações estarão contidos termos decorrentes da aceleração experimentada pelo sistema de referência. Um sistema de referência cartesiano, definido de modo que tenha eixos com direção fixa em relação ao espaço absoluto e origem coincidente com o centro de massa da Terra, é um importante exemplo de sistema quase-inercial no contexto da mecânica newtoniana.

De outra parte, a concepção de um sistema de referência terrestre é tal que com respeito a esse sistema a crosta sofra apenas deformações, não ocorrendo rotações ou translações [35].

No tópico seguinte, a definição de um sistema terrestre será inicialmente baseada na hipótese de que a Terra seja um corpo rígido. Como será visto, essa hipótese corresponde a um modelo compatível apenas com uma primeira aproximação à solução dos problemas estudados; sua adoção se justifica, entretanto, por possibilitar uma melhor compreensão dos mesmos.

2.4.1 - MOVIMENTO ROTACIONAL DO EIXO INSTANTÂNEO DE ROTAÇÃO DA TERRA

O eixo de rotação da Terra é definido pela direção do vetor velocidade angular $\vec{\omega}$, devendo o termo "instantâneo" ser acrescentado como referência à contínua variação desta direção. Desta forma, a determinação da posição instantânea do eixo de rotação da Terra se obtém através do estudo de seu movimento rotacional, o qual é realizado de dois modos distintos:

1. expressando o movimento em um sistema de referência terrestre, situação em que se o designa por movimento do polo;
2. expressando o movimento em um sistema de referência inercial; nesse caso, a parcela secular do movimento toma o nome de precessão, enquanto a parcela periódica se chama nutação.

Se se observa entretanto que o eixo instantâneo de rotação é sempre passante pelo centro de massa da Terra e que o movimento de translação deste centro de massa é dinamicamente independente de um movimento de rotação a ele referido [14], pode-se concluir que o estudo da precessão e da nutação do eixo de rotação da Terra é convenientemente realizado se referido ao sistema quase-inercial anteriormente exposto.

Intimamente relacionados ao eixo de rotação estão dois outros eixos, o do momento angular, definido pela direção do vetor momento angular \vec{L} , e o da figura, que é o eixo principal de inércia da Terra a que corresponde o momento de inércia máximo. Estes eixos também contêm o centro de massa, e se prova ainda que o plano por eles

definido contém o eixo de rotação [27]. A cada um dos três eixos corresponde um polo, ponto de interseção do mesmo com a superfície da Terra, e um equador, interseção da superfície da Terra com o plano perpendicular ao eixo que contém o centro de massa [14].

O estudo do movimento do eixo instantâneo de rotação, quer se o refira a um sistema terrestre, quer a um quase-inercial, será realizado inicialmente sob a hipótese de ser a Terra um corpo rígido.

Nesse ponto, convém ainda investigar primeiramente o movimento resultante no caso em que nenhum torque é aplicado ao corpo terrestre, passando em seguida ao estudo do movimento mais real, decorrente da consideração do torque resultante aplicado à Terra.

A Figura 2.1 ilustra a situação em que não há torque aplicado ao corpo (movimento livre). Aqui, devido à hipótese de rigidez, o eixo da figura \vec{F} está em repouso em relação à Terra; é utilizado, então, para definir o eixo terciário de um sistema cartesiano terrestre, no qual os eixos primário e secundário são definidos pelos outros dois eixos principais de inércia.

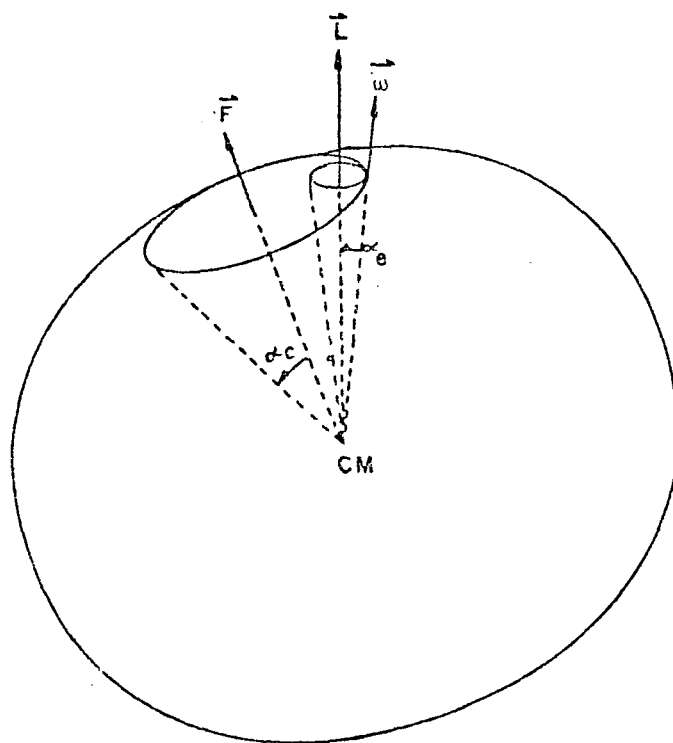


FIGURA 2.1 - Rotação livre da Terra rígida.

Por outro lado, a direção do eixo do momento angular \vec{L} permanece fixa no espaço, definindo o eixo terciário de um sistema cartesiano quase-inercial (com origem no centro de massa da Terra e eixos primário e secundário com direções fixas no espaço).

O eixo instantâneo de rotação $\vec{\omega}$ descreve um cone de semi-ângulo α_c em torno de \vec{F} (cone do corpo) e um cone de semi-ângulo α_e em torno de \vec{L} (cone do espaço); uma vez que a linha de contato entre o cone do espaço e o cone do corpo em qualquer instante é o eixo instantâneo de rotação e que este eixo está instantaneamente em repouso no corpo terrestre, o cone do corpo rola sem deslizar em torno

do cone do espaço [44]. O valor de α_c é aproximadamente $0,15''$, e o de α_e aproximadamente $0,0005''$.

Assim, o movimento do polo corresponde à circunferência descrita pelo polo instantâneo de rotação em torno do polo da figura; este movimento, conhecido como movimento de Euler, é prógrado e seu período é de aproximadamente 305 dias siderais médios. O polo do momento angular se movimenta de modo idêntico no sistema terrestre, descrevendo porém uma circunferência de raio um pouco menor.

Ao contrário do sistema terrestre, o sistema quase-inercial construído a partir do eixo do momento angular não participa do movimento diário de rotação da Terra; deste modo, relativamente a este sistema, o eixo da figura descreve um cone, com período quase-diurno (aproximadamente $1-1/305$ dia sideral médio). O cone do espaço descrito pelo eixo instantâneo de rotação pode ser visto então como consequência da coplanaridade entre os três eixos. Este movimento, de mesmo período porém de amplitude bem menor que o do eixo da figura, é conhecido como nutação livre do eixo de rotação [14].

Considera-se em seguida o torque resultante em relação ao centro de massa do corpo terrestre, ainda sob a hipótese de este ser rígido. Este torque é em grande parte decorrente da atração gravitacional exercida pela Lua sobre o excesso de massa existente no equador da figura terrestre; um torque semelhante, porém um tanto mais fraco, é exercido sobre a Terra pelo Sol. A soma destas duas parcelas é o torque luni-solar resultante \vec{T} .

Como a órbita da Terra em torno do Sol não é circular, a distância Terra-Sol sofre variações periódicas;

o mesmo ocorre com a Lua. A consequência deste fato é que a intensidade das forças de atração também tem variações periódicas. Além disso, o plano da órbita da Lua não coincide com o da eclíptica, o que provoca alterações também periódicas na direção das forças atrativas [15].

Assim sendo, o torque luni-solar resultante não é constante no tempo, mesmo quando expresso em um sistema quase-inercial. Nesse caso, porém, é possível decompor o torque em uma parcela constante e em parcelas que variam periodicamente, com frequências diversas, de acordo com as características dos movimentos orbitais da Terra e da Lua. Se expresso em um sistema terrestre, a todas as parcelas de torque se sobrepõe ainda uma variação de período diurno, decorrente do movimento de rotação experimentado pelo sistema de referência.

Referenciado a um sistema ou a outro, o torque dá origem a um movimento forçado, que se sobrepõe ao movimento livre anteriormente estudado.

No caso do movimento forçado do polo instantâneo de rotação, o sistema de referência terrestre em que ele é expresso continua sendo aquele definido pelos eixos principais de inércia, já que estes mantêm estado de repouso em relação à Terra rígida.

O movimento forçado do polo tem várias componentes, cada uma delas correspondendo a uma dada parcela do torque luni-solar resultante em relação ao centro de massa da Terra, expresso no mesmo sistema terrestre. A principal componente resulta da parcela de torque que varia com período diurno, se traduzindo em um

movimento circular e retrógrado do polo, com período também diurno e amplitude de $0,01''$.

Na Figura 2.2a pode-se visualizar esquematicamente o movimento livre e o movimento forçado diurno do polo instantâneo de rotação, e os correspondentes de mesma espécie para o polo do momento angular, que decorrem da relação de coplanaridade entre os eixos. A composição dos dois movimentos resulta, para ambos os polos, em um movimento epicicloidal em torno do polo da figura; o movimento de maior interesse, relativo ao polo instantâneo de rotação, é representado na Figura 2.2b.

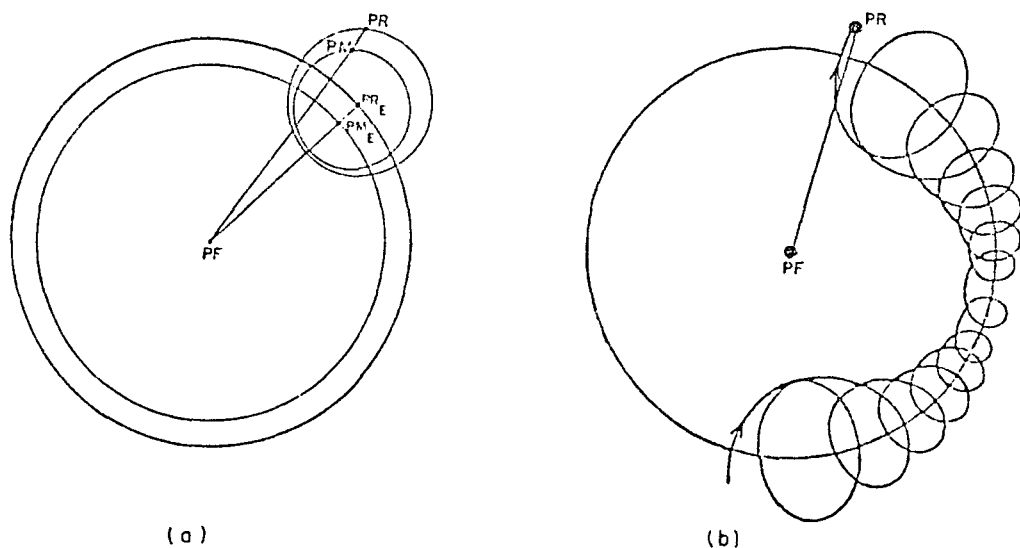


FIGURA 2.2 - Movimento do polo para a Terra rígida.
 (a) - Movimentos livre e forçado.
 (b) - Movimento resultante.

Expresso em um sistema de referência quase-inercial com origem no centro de massa da Terra, o torque luni-solar gera um movimento rotacional do eixo do momento angular em relação a este sistema, ao contrário da situação anterior, sem torque, em que este eixo se mantinha fixo.

A principal componente do movimento se relaciona à parcela constante do torque luni-solar. Nela, considerando o eixo polar da eclíptica fixo no sistema quase-inercial, o eixo do momento angular descreve um cone em torno do mesmo, com semi-ângulo igual a $23^{\circ}27'$ (obliquidade da eclíptica). O movimento é retrógrado e, embora seja periódico, é muito lento (período de aproximadamente 25.800 anos) se comparado com o movimento de rotação da Terra; por esta razão, adquire caráter secular, sendo então denominado precessão luni-solar.

No entanto, definido desta maneira o movimento de precessão não se encontra ainda referenciado ao sistema quase-inercial. Isto ocorre porque o eixo polar da eclíptica em verdade não é fixo neste sistema; a atração gravitacional exercida pelos outros planetas de nosso sistema solar perturba a órbita da Terra em torno do Sol, gerando um movimento de precessão da eclíptica, chamado de precessão planetária. Este movimento se traduz em um decréscimo secular da obliquidade da eclíptica (aproximadamente $47''$ por século) e em um deslocamento prógrado do equinócio vernal, de em torno de $12,5''$ por século. Assim o verdadeiro movimento de precessão do eixo do momento angular é a precessão geral, obtida pela conjugação das precessões luni-solar e planetária.

O polo que descreve o movimento da precessão geral é chamado polo celeste médio; da mesma forma, tem-se

nessa situação o equador celeste médio e o equinócio vernal médio.

Não se deve esquecer, todavia, que a precessão geral é apenas a parcela secular do movimento rotacional do eixo do momento angular no espaço; a parcela periódica (nutação) deve ser considerada conjuntamente. Na realidade, se pode falar de nutações, já que cada parcela periódica de torque luni-solar expresso no sistema quase-inercial origina uma nutação de período característico; existem nutações de longo período (18,6 anos até 35 dias) e de curto período (menos que 35 dias). A nutação principal tem período de 18,6 anos e provoca uma variação contínua da obliquidade da eclíptica dentro de uma amplitude de 9,21".

Quando se considera o movimento composto da precessão geral e da nutação, tem-se então o polo celeste, o equador e o equinócio vernal verdadeiros.

O movimento ondulatorio do eixo do momento angular, resultante da superposição de sua precessão luni-solar à nutação principal está representado na Figura 2.3.

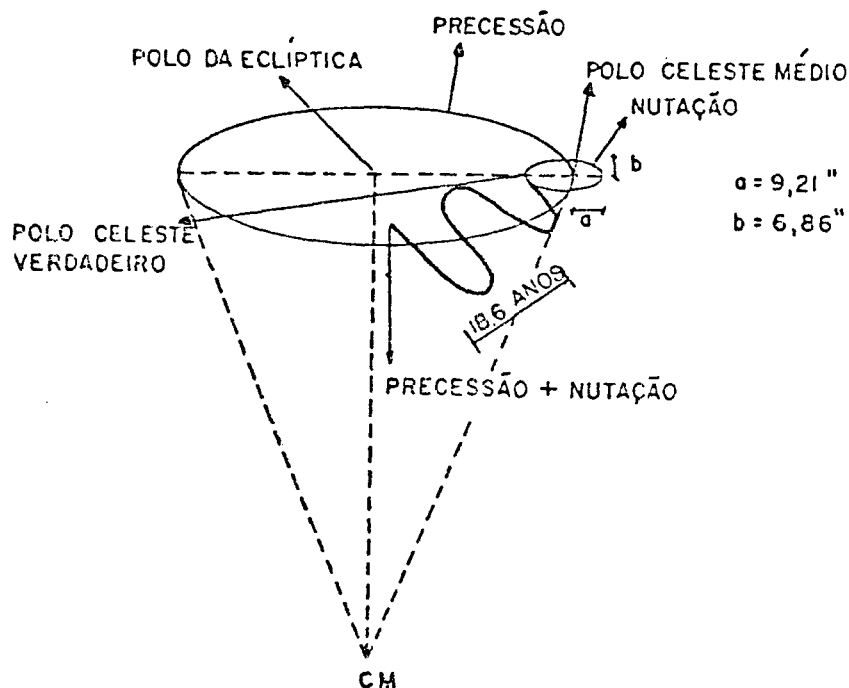


FIGURA 2.3 - Precessão luni-solar e nutação principal do eixo do momento angular.

Os movimentos dos eixos instantâneo de rotação e da figura no sistema quase-inercial são determinados a partir do movimento do eixo do momento angular neste sistema, e dos movimentos destes eixos em relação ao eixo do momento angular, que se pode deduzir dos movimentos dos polos de rotação e do momento angular em relação ao polo da figura [27], anteriormente descritos. O movimento relativo existente entre o eixo instantâneo de rotação e o do momento angular, oriundo dos movimentos forçados diurnos dos correspondentes polos, deve assim ser sobreposto à nutação livre do eixo de rotação, sendo o movimento daí resultante então sobreposto às nutações do eixo do momento angular para se obter as nutações do eixo instantâneo de rotação. Tal movimento relativo é denominado nutação diurna luni-solar do eixo de rotação, muito embora não tenha período diurno no sistema quase-inercial [14].

Todavia, valores de grandezas astronômicas deduzidos a partir da teoria de precessão e nutação baseada em um modelo rígido para a Terra se revelaram inconsistentes com aqueles obtidos por métodos espaciais, de maior acurácia. Isto indicou a necessidade de se adotar um modelo não rígido para a Terra; de fato, o modelo terrestre conhecido como Modelo II de Molodensky, no qual se tem um núcleo interno sólido, um núcleo externo líquido e um manto elástico, viabilizou, juntamente com a determinação empírica de certos coeficientes, a obtenção de expressões analíticas capazes de modelar com suficiente acurácia os movimentos de precessão e nutação do eixo instantâneo de rotação da Terra.

A este respeito, pode-se acrescentar que a mais significativa alteração imposta pela adoção do novo modelo se refere à precessão e às nutações do eixo do momento angular, que se modificam na ordem de 10^{-6} . Deve-se observar ainda que, mesmo neste modelo, os termos referentes ao movimento do eixo de rotação em relação ao eixo do momento angular (nutação livre e nutação diurna luni-solar) têm amplitude da ordem de apenas 10^{-8} ; por esta razão, o conjunto de nutações oficialmente adotado para o eixo instantâneo de rotação é aquele correspondente ao eixo do momento angular.

Quanto ao movimento do polo instantâneo de rotação (em um sistema terrestre), não se conseguiu até hoje obter uma teoria capaz de modelá-lo adequadamente. Assim, ele só pode ser estimado a partir de observações.

Com base nas posições instantâneas do polo de rotação, deduzidas a partir das observações, é possível estimar os parâmetros (amplitudes e períodos) do movimento

deste polo, através de técnicas de análise espectral e de estimação estatística [14]. A comparação destes parâmetros com aqueles determinados teoricamente possibilita o aperfeiçoamento do modelo da Terra e, conseqüentemente, da teoria do movimento do polo.

Tais métodos possibilitaram ver que a principal componente do movimento real do polo corresponde ao chamado movimento de Chandler, que é o movimento de Euler modificado pela deformação elástica rotacional da Terra [14], com período de cerca de 435 dias solares médios [10]. Além deste movimento, existem outras componentes do movimento do polo de rotação, que se reúnem em três grupos principais:

a. movimentos periódicos:

- de longo período;
- sazonais;
- de curto período;

b. movimento secular;

c. movimentos irregulares.

As componentes periódicas do movimento do polo (inclusive a de Chandler) são chamadas "wobbles" (bamboleios).

Na prática, o movimento do polo instantâneo de rotação é referido ao CIO (Conventional International Origin - Origem Internacional Convencional), que corresponde aproximadamente à posição média do polo de rotação para o período 1900-1905. A posição instantânea do polo é então estimada pelo IPMS (International Polar Motion Service) com base em observações de latitude feitas em um conjunto de

estações às quais se associam latitudes fixas, convencionalmente calculadas (correspondentes ao CIO).

Cumpra observar que o CIO não se coaduna perfeitamente à concepção de um sistema terrestre, de vez que ocorrem deslocamentos sistemáticos das estações, causados por possíveis deslocamentos horizontais da crosta e por possíveis variações nas direções das verticais das estações, além de existir uma componente secular no movimento do polo de rotação [32].

2.4.2 - TENPO

São basicamente de dois tipos os sistemas de tempo importantes no presente contexto:

- a) rotacional, baseado no movimento diurno de rotação da Terra;
- b) atômico, baseado nas oscilações eletromagnéticas produzidas pela transição entre dois níveis quânticos de energia de um átomo.

Os sistemas de tempo rotacional se dividem ainda em sideral e solar.

O tempo (época) sideral em um dado local é medido pelo ângulo horário do equinócio vernal; se o equinócio vernal verdadeiro é usado como referência, tem-se o tempo sideral aparente; se se utiliza o equinócio vernal médio, obtém-se o tempo sideral médio. Assim, a diferença entre ambos se deve à nutação do eixo de rotação, sendo chamada Equação dos Equinócios. Deve-se notar que mesmo o equinócio médio tem movimento "real" (devido à precessão geral), de modo que o dia sideral médio, definido como

sendo o intervalo de tempo decorrido entre duas passagens consecutivas do equinócio vernal médio por um mesmo semi-meridiano², é aproximadamente 0,0084s mais curto que o verdadeiro período de rotação da Terra [32].

De forma análoga, se obtém o tempo solar verdadeiro em um dado local através do ângulo horário do centro do disco solar, acrescido porém de 12 horas. No entanto, o movimento aparente do Sol em relação a um observador terrestre é não-uniforme, de vez que variam tanto a componente devida ao movimento diurno de rotação da Terra, quanto a que se deve à órbita anual da Terra em torno do Sol; para se contornar o problema devido a esta última, definiu-se um Sol fictício, o Sol médio, que percorre o equador com velocidade angular constante no mesmo período em que o Sol verdadeiro percorre a eclíptica. O tempo solar médio corresponde então ao ângulo horário do Sol médio acrescido de 12 horas. A diferença entre o tempo solar verdadeiro e o médio é denominada Equação do Tempo.

Os sistemas de tempo solar médio e sideral médio se relacionam através da ascensão reta do Sol médio, que pode ser calculada através de fórmulas rigorosas; assim, os sistemas de tempo solar e sideral são formas equivalentes de tempo [32].

Todos os sistemas de tempo apresentados até aqui têm entretanto caráter local, variando, em um mesmo instante, conforme a longitude do observador. Um sistema de tempo padrão, o Tempo Universal (TU), é obtido pela adoção de um meridiano padrão de referência para o tempo solar

2 - Considera-se aqui o meridiano de referência corrigido do movimento do polo.

médio. Este meridiano, que tem como polo o CIO, é implicitamente definido através de um procedimento de cálculo adotado pelo BIH (Bureau International de l'Heure). Tal procedimento é aplicado a observações de longitude (ou, equivalentemente, de Tempo Universal) [31] efetuadas em um conjunto de estações para as quais se adota valores convencionais de longitude, de modo a assegurar que tais valores sejam consistentes, se referindo a uma única origem, o Meridiano Médio de Greenwich [32].

Semelhantemente ao Tempo Universal, pode-se definir o tempo solar verdadeiro de Greenwich (TSVG), o tempo sideral aparente de Greenwich (TSAG) e o tempo sideral médio de Greenwich (TSMG). Cada tempo local difere do tempo equivalente referido ao meridiano médio de Greenwich pelo valor correspondente à longitude local, referida ao mesmo meridiano.

Os sistemas de tempo rotacional são afetados por variações sofridas pelo vetor velocidade angular $\vec{\omega}$. As variações na direção de $\vec{\omega}$, expressas pelo movimento do polo, afetam os sistemas de tempo rotacional uma vez que provocam variações de longitude.

Já as variações no módulo de $\vec{\omega}$ representam variações na velocidade de rotação da Terra, que podem ser periódicas (sazonais e de curto período), seculares ou irregulares.

Por estas razões, foram definidas diferentes categorias para cada sistema de tempo rotacional, adotando-se os números 0, 1 e 2 com o propósito de as caracterizar. Assim, o tempo tal como é obtido das observações se enquadra na categoria 0; sendo corrigido do efeito devido ao movimento do polo, enquadrar-se-á na categoria 1; se

além disto for corrigido do efeito devido às variações periódicas da velocidade de rotação da Terra, estará na categoria 2. É importante notar que mesmo um sistema de tempo rotacional de categoria 2 é ainda afetado por variações seculares e irregulares na rotação da Terra, além de conter outros pequenos efeitos, decorrentes de flutuações de fase e amplitude nas variações sazonais de ano para ano [41]; por isso, embora seja esta a melhor aproximação a um sistema de tempo rotacional uniforme, a ordem de grandeza das variações de seus intervalos é significativa, por ser superior ao nível de precisão atualmente atingível.

A aplicação das categorias mencionadas aos vários sistemas de tempo rotacional conduz então a TU 0, TU 1, TU 2; TSAG 0, TSAG 1, TSAG 2; e assim por diante.

Os sistemas de tempo atômico se caracterizam por fluir da forma mais uniforme possível e por propiciar determinações imediatas de tempo. Isso se viabiliza com a conservação do tempo em relógios atômicos, que atingem precisões de até uma parte em 10^{14} [14].

Uma vez que se fundamentam em um único intervalo padrão, o segundo atômico, os sistemas de tempo atômico diferem entre si pelo fato de cada correspondente relógio ter começado a funcionar em uma dada época. Comparações e coordenações contínuas são feitas pelo BIH entre os diversos sistemas, a fim de obter um sistema de Tempo Atômico Internacional (TAI) [16].

A existência de padrões de tempo rotacional e atômico gera todavia um conflito de interesses: enquanto a Geodésia, a Astronomia e outras ciências correlatas têm interesse em instantes acurados que expressem o movimento

de rotação da Terra (tempo rotacional), a Física necessita de intervalos de tempo que fluam o mais uniformemente possível (tempo atômico).

Este problema é contornado com a adoção de outro sistema de tempo atômico, o Tempo Universal Coordenado (TUC). Por definição, o TUC difere do TAI por um número inteiro de segundos, que é alterado de tempos em tempos de modo a manter o módulo de $TUC - TU$ menor que 0,75s. O TUC é disseminado através do conjunto de estações ligado ao BIH; as informações necessárias para a redução do TUC para o TU 0, TU 1, TU 2 ou TAI são por sua vez divulgadas através do Boletim Horário, que é publicação oficial do BIH [32].

2.4.3 - TRANSFORMAÇÕES ENTRE OS SISTEMAS DE REFERÊNCIA CONVENCIONAIS TERRESTRE E QUASE-INERCIAL

Neste ponto, interessa trabalhar com sistemas de referência definidos, sem importar entretanto o procedimento que os definiu; ou seja, o importante aqui é o produto e não o método da definição.

Assim sendo, considera-se o seguinte sistema terrestre convencional cartesiano: origem no centro de massa da Terra; eixo terciário apontando para o CIO; eixo primário tal que o plano secundário defina o Meridiano Médio de Greenwich, e eixo secundário formando um sistema dextrógiro.

Considera-se ainda o sistema quase-inercial convencional, também cartesiano, definido de modo tal que sua origem coincida com o centro de massa da Terra; o eixo terciário é o eixo instantâneo de rotação correspondente ao polo celeste médio para uma dada época t_0 (expressa em

qualquer sistema de tempo rotacional ou atômico); o eixo primário aponta para o equinócio vernal médio referente a t_0 , e o eixo secundário completa um sistema dextrógiro. Como é fácil ver, os eixos deste sistema só têm direções fixas no espaço por estarem referidos a uma dada época t_0 , pois em qualquer intervalo de tempo eles se movimentarão devido à precessão e à nutação.

Uma vez que ambos os sistemas têm origem no centro de massa da Terra, a transformação do sistema quase-inercial XYZ referido a t_0 para o sistema terrestre xyz se faz por uma matriz de rotação que é dependente do tempo:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = A(t) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

onde $A(t)$ é obtida pelo produto de 4 matrizes de rotação:

$$A(t) = MRNP \quad (2.8)$$

As matrizes **N** e **P** correspondem à nutação e à precessão geral, respectivamente; assim, a multiplicação do vetor posição (X,Y,Z) por NP resulta em uma transformação de sistema, de tal modo que no sistema resultante $X'Y'Z'$ o eixo Z' é o eixo instantâneo de rotação correspondente ao polo celeste verdadeiro da época t ; o eixo X' é dirigido para o equinócio vernal verdadeiro referido a t ; e o eixo Y' forma um sistema dextrógiro. Expressões para N e P podem ser obtidas em [32].

A matriz R se deve ao movimento diurno de rotação da Terra; sua expressão é:

$$R = R_3 \text{ (TSAG } 0) \quad (2.9)$$

onde, conforme o que já se definiu, TSAG 0 é o tempo sideral aparente de Greenwich ainda não corrigido do movimento do polo. Após a multiplicação por R resulta um sistema $x'y'z'$ em que o eixo z' coincide com Z' , o eixo x' é tal que o plano secundário define o Meridiano Instantâneo de Greenwich e o eixo y' completa um sistema dextrógiro.

Finalmente, tem-se a matriz M , que expressa o movimento do polo instantâneo referido ao CIO. M é ainda o produto de duas matrizes de rotação:

$$M = R_2(-u_p) \cdot R_1(-v_p) \quad (2.10)$$

em que u_p e v_p são as coordenadas, dadas em segundos de arco, que expressam a posição instantânea P do polo de rotação no sistema cartesiano convencional adotado pelo IPMS. Este sistema, representado na Figura 2.4 em aproximação plana (válida devido à pequena amplitude do movimento do polo), tem como origem o CIO, eixo u tangenciando o Meridiano Médio de Greenwich ($\lambda = 0^0$) e eixo v apontando para oeste, perpendicularmente a u ($\lambda = 270^0$).

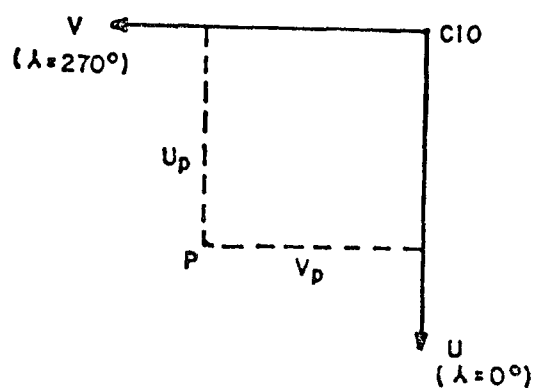
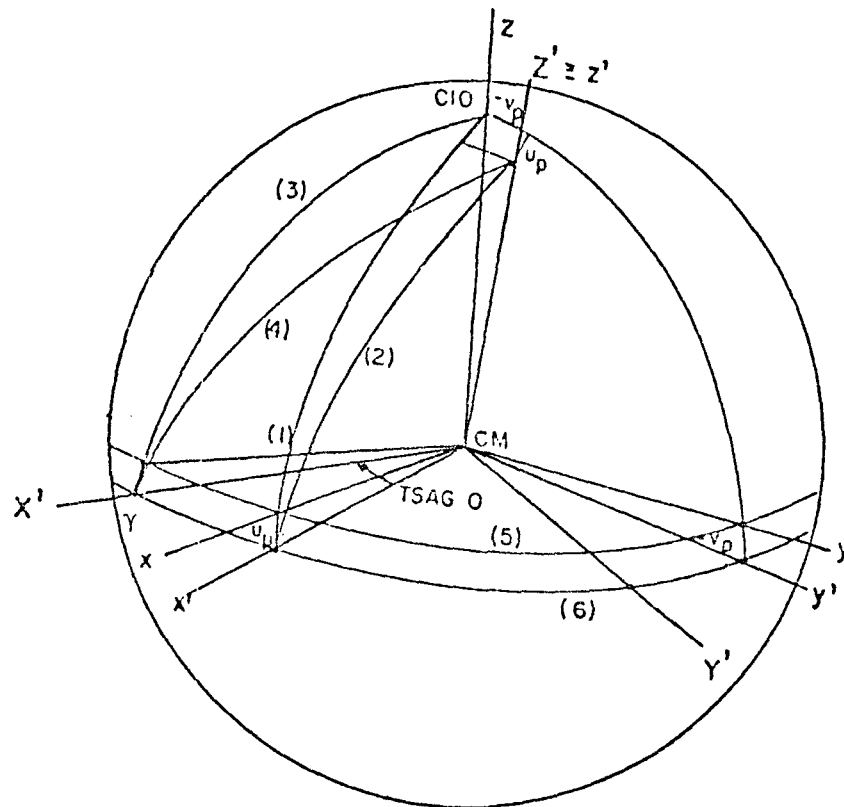


FIGURA 2.4 - Sistema cartesiano de referência adotado pelo IPMS.

A Figura 2.5 mostra os sistemas $X'Y'Z'$, $x'y'z'$ e xyz . Nela observam-se os seguintes aspectos:

- a) o eixo x' (que juntamente com z' define o Meridiano Instantâneo de Greenwich) é obtido pelo prolongamento do Meridiano Médio de Greenwich até o equador instantâneo;
- b) a posição do polo instantâneo em relação ao CIO está expressa por $(u_p, -v_p)$ porque o eixo v do sistema adotado pelo IPMS tem sentido oposto ao eixo y do sistema terrestre convencional.



- (1) Meridiano Médio de Greenwich
- (2) Meridiano Instantâneo de Greenwich
- (3) Meridiano médio de equinócio vernal verdadeiro γ
- (4) Meridiano instantâneo do equinócio vernal verdadeiro γ
- (5) Equador do CIO
- (6) Equador Instantâneo

FIGURA 2.5 - Sistemas $X'Y'Z'$, $x'y'z'$ e xyz .

Como já se sabe, o processo de definição que leva ao sistema terrestre ou ao quase-inercial é função da modelagem que se adota para um dado sistema físico que a eles se correlacione. É bom ressaltar, todavia, que o sistema terrestre convencional considerado só atende perfeitamente aos requisitos de sua concepção quando se

adota um modelo rígido para a Terra; por sua vez, o sistema quase-inercial convencional é afetado pelas rotações galática e intergalática, quer se utilize a Mecânica clássica ou a relativística em sua definição. Com efeito, todas as imperfeições inerentes aos processos de definição de sistemas de referência devem ser analisadas, verificando-se então sua compatibilidade com os níveis de precisão e acurácia que se pode obter nas observações que permitirão a materialização dos mesmos.

Outro aspecto a ser ressaltado é o de que a definição e a materialização do sistema terrestre convencional podem ser feitas a partir da definição e da materialização do sistema quase-inercial, usando-se as transformações apresentadas, sendo viável também o processo inverso.

CAPÍTULO 3

MOVIMENTO ORBITAL DE UM SATÉLITE ARTIFICIAL

3.1 - DINÂMICA DE SATÉLITES ARTIFICIAIS

Um fator importante para a determinação da órbita de um satélite artificial é o cálculo e a subsequente integração da aceleração do mesmo [43], que é deduzida a partir das forças que atuam sobre ele. Quando referidas a um sistema inercial, a força resultante e a aceleração se relacionam segundo a forma dada pelas equações (2.6).

Em se tratando de um satélite terrestre é entretanto mais simples utilizar um sistema quase-inercial, como o convencionado em 2.4.3. Uma consequência fundamental daí advém: devido ao movimento acelerado do centro de massa da Terra, origem do sistema de referência adotado, é necessário considerar adicionalmente uma força fictícia que expressa a "não-inercialidade" do mesmo.

O único método conhecido para descrever forças como as que agem em um satélite é o dos modelos matemáticos [43]; rememorando que qualquer modelo só é capaz de refletir a realidade física dentro de um grau limitado de acurácia, estudam-se a seguir as forças relevantes no presente contexto. São elas:

- a) Força de atração gravitacional exercida pela Terra (problema dos dois corpos).

Por ser conservativa, é normalmente expressa a partir do gradiente da função de força U , que tem sinal

contrário ao do potencial gravitacional terrestre V [42]. Assim:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{\nabla} U = -m \cdot \vec{\nabla} V \quad (3.1)$$

onde m é a massa do satélite.

A função de força U é usualmente desenvolvida em harmônicos esféricos, em um sistema de referência tal que os coeficientes destes harmônicos sejam constantes [06]. A rigor, este sistema é o dos eixos principais de inércia, que não é de modo algum fixo à Terra [24]; as posições destes eixos são muito próximas às dos eixos do sistema terrestre convencional, mas ocorrem ainda variações relativas de posição devidas a variações na distribuição de massa da Terra. Em decorrência disto, os coeficientes dos harmônicos esféricos têm valores que variam com o tempo, quando referidos ao sistema terrestre. Na prática, todavia, se assume que os sistemas terrestre e principal de inércia coincidem, sem que isto gere impacto significativo na análise de órbitas de satélites artificiais [26].

Ainda assim, a expressão de U no sistema quase-inercial convencional é dependente do tempo, devido não só à rotação da Terra, mas também ao movimento do polo, à precessão e à nutação (vide 2.4.3).

Desta forma, toma-se inicialmente a expressão da função de força em harmônicos esféricos, que pode ser obtida de [42] ou [06]; como U é função das coordenadas esféricas instantâneas do satélite (r, ϕ, λ) , é mais fácil calcular inicialmente seu gradiente em coordenadas esféricas, o que equivale a expressá-lo no sistema cartesiano x_a, y_a, z_a mostrado na Figura 3.1, na qual o

sistema terrestre convencional é representado por xyz, em conformidade com a notação adotada no capítulo 2.

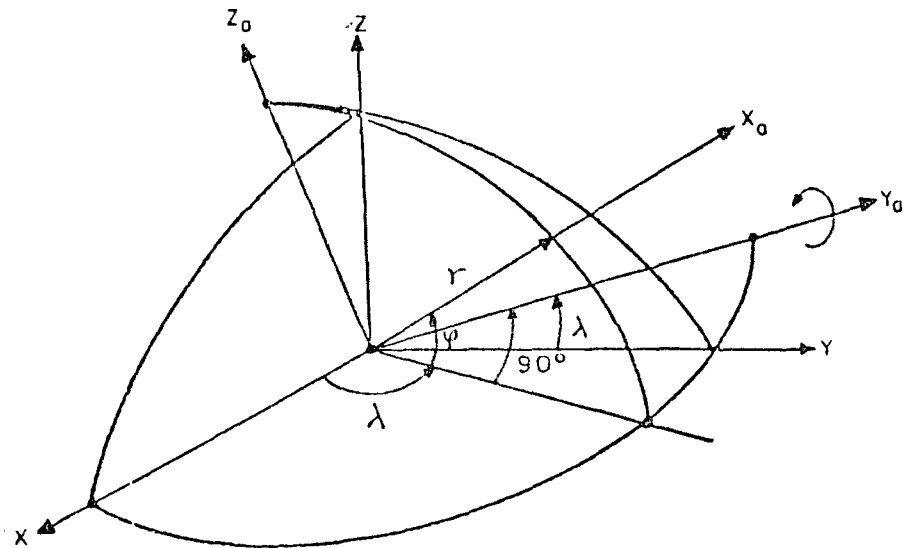


FIGURA 3.1 - Sistemas xyz e x_a y_a z_a.

No sistema x_a y_a z_a obtém-se:

$$\vec{\nabla}_a U = \begin{bmatrix} \partial U / \partial r \\ (1/r \cos \phi) \phi (\partial U / \partial \lambda) \\ (1/r) (\partial U / \partial \phi) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

A seguir, expressa-se o gradiente de U no sistema terrestre convencional, a partir de uma transformação de sistemas:

$$\vec{\nabla}_T U = R_3(-\lambda) \cdot R_2(\phi) \cdot \vec{\nabla}_a U \quad (3.3)$$

Por fim, chega-se à expressão do gradiente da função de força no sistema quase-inercial convencional através de (2.7):

$$\vec{\nabla} U = A^t(t) \cdot \vec{\nabla}_T U \quad (3.4)$$

Utiliza-se então a equação (3.1) para calcular a força de atração gravitacional terrestre no sistema quase-inercial.

É importante ainda destacar que esta força de atração sofre variações, em função de redistribuições de massa causadas pelas marés luni-solares e por outras deformações sofridas pela Terra sólida e pelos oceanos [49]; a magnitude de tais variações depende das propriedades elásticas do corpo terrestre, que são representadas pelos números de Love.

A atração gravitacional da Terra possui uma parcela principal, invariante, chamada parte central, que seria sua única componente se o corpo terrestre tivesse uma forma perfeitamente esférica e uma distribuição de densidade uniforme. De maneira geral, considerando-se o efeito da parte central como de ordem 1, as outras partes causam os efeitos seguintes:

- a.1) parcela devida a J_2 : em satélites próximos ($h = 1000$ Km), como os do Navy Navigation Satellite System (NNSS), efeito da ordem de 10^{-3} ; em satélites distantes ($h = 20000$ Km),

como os do Global Positioning System (GPS), da ordem de 10^{-4} ;

a.2) parcela devida a termos de ordem superior: 10^{-6} , para satélites próximos e distantes;

a.3) parcela devida às marés luni-solares: da ordem de 10^{-10} para satélites próximos, e de 10^{-13} para distantes.

b) Forças de atração gravitacional exercidas pelo Sol, pela Lua e pelos planetas do Sistema Solar (problema dos três corpos, n corpos).

Cada uma delas é deduzida em separado, com base no potencial perturbador que é devido a um terceiro corpo no caso do problema reduzido em que um dos três corpos (o satélite) tem massa desprezível em relação aos outros dois [42]. Por sua vez, o efeito de cada potencial perturbador sobre o satélite depende, além da posição deste expressa no sistema quase-inercial, da posição relativa do corpo perturbador e da Terra, a qual é obtida das posições de ambos expressas em um sistema inercial cuja origem coincide com o baricentro do sistema solar, que se supõe animado de movimento uniforme. Desta maneira, são levados em conta os efeitos oriundos do movimento acelerado do centro de massa da Terra, tornando-se desnecessária a consideração de qualquer força fictícia [24].

Dos corpos do Sistema Solar, a Lua é o que gera o maior potencial perturbador, com efeitos da ordem de 10^{-7} para satélites próximos e de 10^{-5} para distantes; os efeitos devidos ao Sol são aproximadamente iguais à metade destes, enquanto que os planetas, por possuírem massas muito menores que a do Sol e por estarem a

distâncias muito maiores que a da Lua, dão origem a efeitos negligenciáveis [49].

c) Força de arrasto atmosférico.

É uma força não-conservativa oriunda do atrito que ocorre entre a superfície do satélite e a atmosfera terrestre na qual ele está (eventualmente) se movimentando; a força tem sentido contrário ao movimento do satélite e depende do quadrado da velocidade deste relativa à atmosfera (que se supõe ter a mesma velocidade de rotação que a Terra [42]), da densidade atmosférica, de um coeficiente de arrasto, da área da seção do satélite que é transversal à direção da força e de sua massa.

A maior dificuldade aqui está em modelar o campo (escalar) de densidade atmosférica: embora existam modelos acurados, como os de Jacchia, a sua utilização na integração de órbitas requer a adoção de procedimentos matemáticos apropriados.

Os efeitos da força de arrasto são, para satélites próximos, da ordem de 10^{-7} ; quanto a satélites distantes, a densidade atmosférica é tão pequena para as altitudes correspondentes que os efeitos são insignificantes.

d) Força de pressão de radiação solar.

É uma força não-conservativa, composta por um efeito direto, que age na direção Sol-satélite, e por um efeito indireto, chamado albedo, que atua na direção Terra-satélite, uma vez que só se considera a componente difusa da radiação solar refletida pela Terra, negligenciando-se a componente especular [42].

O efeito direto é função da pressão de radiação solar nas vizinhanças da Terra, da refletividade e da massa do satélite, e da área da seção deste que é transversal à direção Sol-satélite; tal efeito é nulo quando o satélite está na sombra da Terra.

O albedo depende, além de fatores análogos aos que influenciam o efeito direto, de um coeficiente que representa as propriedades refletoras da superfície terrestre; além disso, o albedo é nulo não só na região de sombra mas também em regiões neutras, onde a incidência de luz é praticamente razante.

A força de pressão de radiação total, resultante da composição dos efeitos direto e indireto, tem influências da ordem de 10^{-8} em órbitas de satélites próximos, e de 10^{-7} para satélites distantes.

e) Forças eletromagnéticas.

Decorrem do fato da órbita estar situada num meio parcialmente ionizado e sujeita ao campo magnético terrestre [13]. São forças não-conservativas.

É importante ainda lembrar que toda a análise feita até este ponto se baseou na adoção da mecânica newtoniana; se necessário, entretanto, podem ser incluídos efeitos relativísticos, em consonância com o que dispôs o item 2.3.

Expressões matemáticas para todas as forças mencionadas podem ser obtidas em [42] e [43]. Fazendo-se então a somatória destas, chega-se à força resultante sobre o satélite, expressa no sistema quase-inercial.

Em vista das considerações já feitas, torna-se então possível o cálculo da aceleração do satélite, com a utilização da Segunda Lei de Newton. Assim:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{res}}{m} \quad (3.5)$$

onde \vec{F}_{res} é a força resultante e m a massa do satélite.

3.2 - DESCRIÇÃO DE ÓRBITAS

Conforme se pode ver no item anterior, a parte central da atração gravitacional exercida pela Terra é pelo menos três ordens de magnitude maior que a parte não central e todas as outras forças combinadas. Portanto, as principais características do movimento orbital de um satélite são determinadas pelo campo gravitacional central da Terra, com as forças restantes introduzindo pequenas variações (da ordem de alguns quilômetros) neste movimento [49], que é denominado kepleriano, por ser totalmente governado pelas três leis de Kepler.

O movimento kepleriano é completamente descrito através de um conjunto de seis parâmetros independentes, dos quais cinco são constantes e o sexto é função linear do tempo. Tais parâmetros podem ser selecionados de acordo com vários critérios teóricos e computacionais [33]; do ponto de vista didático, o conjunto

mais simples é o dos elementos keplerianos, os quais definem: o tamanho e a forma da elipse orbital: semi eixo maior (a) e excentricidade (e), respectivamente; a orientação desta elipse no sistema quase-inercial: ascensão reta do nodo ascendente (Ω), inclinação (i) e argumento do perigeu (ω); e a posição do satélite na elipse em um dado instante: anomalia média (M).

Na figura 3.2 estão representados os elementos keplerianos de um satélite, em um instante determinado. Em lugar da anomalia média está incluído um elemento equivalente, a anomalia verdadeira (f), que se relaciona a M por fórmulas matemáticas rigorosas. Os eixos XYZ representam o sistema quase-inercial convencional.

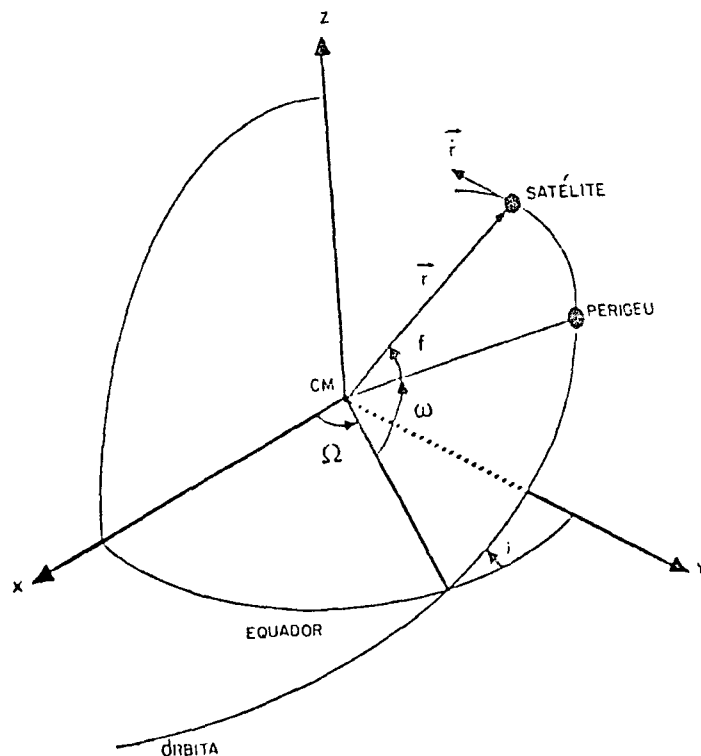


FIGURA 3.2 - Elementos keplerianos.

As variações introduzidas no movimento kepleriano pelas outras forças que se sobrepõem à atração gravitacional central da Terra se traduzem em perturbações nos elementos keplerianos. As perturbações podem ser:

- a) seculares, quando são funções lineares do tempo;
- b) periódicas, quando são funções não-lineares do tempo, de tal modo que os elementos a elas sujeitos oscilam em torno de um valor médio (secular) num pequeno (curto período) ou grande intervalo de tempo (longo período).

Em um dado instante, os elementos keplerianos reais, resultantes da consideração de todas as perturbações incidentes em cada um deles, são denominados elementos osculadores, e a elipse orbital por eles definida instantaneamente é dita órbita osculadora. Denomina-se ainda elemento médio aquele resultante (em um instante determinado) da consideração apenas das perturbações seculares a ele correspondentes.

Cabe observar que, em qualquer instante, os seis elementos osculadores formam um conjunto equivalente ao composto pelos seis valores $(X, Y, Z, \dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z})$ que expressam a posição e a velocidade do satélite no sistema de referência quase-inercial correspondente. Assim, especificada uma época t , é possível obter o segundo conjunto de valores a partir do primeiro (problema direto) e vice-versa (problema inverso), com qualquer dos dois descrevendo a órbita do satélite.

3.3 - PROPAGAÇÃO DE ÓRBITAS

A propagação de órbitas é o processo pelo qual, a partir de um conjunto de seis valores que definem (implícita ou explicitamente) a posição e a velocidade de um satélite em um instante e do modelo das forças que atuam sobre ele, se obtém um conjunto análogo de valores, correspondente a outro instante, anterior ou posterior. Tal processo é também denominado integração de órbitas, uma vez que se realiza através da integração das equações (diferenciais) do movimento.

O método clássico de propagação de órbitas é o que se baseia nas equações de Lagrange, que estabelecem a variação com o tempo de cada elemento kepleriano, devida às forças que perturbam o movimento kepleriano.

O efeito das forças gravitacionais (conservativas) é computado através da integração analítica das equações em sua forma tradicional, na qual as variações dos elementos dependem das derivadas de funções perturbadoras em relação a estes elementos. Estas funções perturbadoras nada mais são que a explicitação dos correspondentes potenciais perturbadores em termos dos elementos keplerianos. A integração das equações deve ser feita usando-se elementos médios [42], implicando em que, dados os elementos osculadores relativos a um instante, deve-se filtrar as perturbações periódicas de modo a obter os elementos médios; da propagação destes resultam os elementos médios relativos a um outro instante (função do intervalo de integração utilizado) e as perturbações periódicas que, somadas a eles, geram os elementos osculadores correspondentes.

Já as forças não-gravitacionais (dissipativas) têm seu efeito considerado através da integração semi-analítica das equações de Lagrange colocadas na forma de Gauss; nesse caso, as variações dos elementos keplerianos com o tempo são expressas em função das componentes das forças perturbadoras nas direções radial, transversal e normal ao plano da órbita osculadora. Na integração semi-analítica destas equações as perturbações de curto período são calculadas através de expressões analíticas, e as seculares e de longo período são obtidas através de integração numérica [23].

É possível adicionar as perturbações devidas a forças conservativas (calculadas pelas equações de Lagrange na forma normal) às devidas a forças não-conservativas (calculadas pelas equações de Lagrange na forma de Gauss) [42], obtendo-se assim as perturbações totais, devidas à força resultante que atua sobre o satélite.

A vantagem deste método clássico de propagação de órbitas está em que, como os elementos keplerianos variam lentamente no tempo, então o intervalo de integração pode ser bastante grande, comparado com o dos métodos que integram diretamente as coordenadas cartesianas (quase-inerciais), pois estas variam rapidamente no tempo [39].

No entanto, com o advento de computadores de alta velocidade, esta vantagem foi anulada, e os métodos numéricos de integração são usados agora exclusivamente, com a integração se realizando em coordenadas cartesianas quase-inerciais [04].

Para tanto, toma-se a equação vetorial (3.5), que se decompõe em três equações escalares, segundo as direções dos eixos do sistema quase-inercial. Logo:

$$\begin{aligned}a_x &= \frac{d^2 X}{d t^2} = \frac{F_{\text{res } X}}{m} \\a_y &= \frac{d^2 Y}{d t^2} = \frac{F_{\text{res } Y}}{m} \\a_z &= \frac{d^2 Z}{d t^2} = \frac{F_{\text{res } Z}}{m}\end{aligned}\tag{3.6}$$

Adotando para as componentes da força resultante notações matemáticas genéricas, chega-se a:

$$\begin{aligned}\frac{d^2 X}{d t^2} &= F_1 (X, Y, Z, V_x, V_y, V_z) \\ \frac{d^2 Y}{d t^2} &= F_2 (X, Y, Z, V_x, V_y, V_z)\end{aligned}\tag{3.7}$$

$$\frac{d^2 Z}{dt^2} = F_3 (X, Y, Z, V_x, V_y, V_z)$$

onde V_x, V_y, V_z são as componentes do vetor velocidade do satélite nas direções indicadas.

Estas equações diferenciais de segunda ordem são ditas acopladas, pelo fato de que cada uma delas contém termos em X, Y e Z . Este conjunto de equações é convertido então em outro, com seis equações diferenciais de primeira ordem, também acopladas:

$$\frac{d X}{d t} = V_x = G_1 (V_x)$$

$$\frac{d V_x}{d t} = F_1 (X, Y, Z, V_x, V_y, V_z)$$

(3.8)

$$\frac{d Y}{d t} = V_y = G_2 (V_y)$$

$$\frac{d V_y}{d t} = F_2 (X, Y, Z, V_x, V_y, V_z)$$

$$\frac{d Z}{d t} = V_z = G_3 (V_z)$$

$$\frac{d V_z}{d t} = F_3 (X, Y, Z, V_x, V_y, V_z)$$

O procedimento mais comumente empregado para integrar numericamente o sistema de equações (3.8) se vale do método de Runge-Kutta para inicializar um método preditor-corretor, como o de Adams-Bashforth ou o de Adams-Moulton, com um passo de tempo suficientemente pequeno, de modo a não quebrar a linearidade das equações.

Basicamente, a formulação do método de Runge-Kutta corresponde a uma série de Taylor truncada em uma ordem determinada; tomando-se como exemplo a segunda das equações (3.8), o valor de V_x em um instante t_{i+1} é obtido a partir de seu valor no instante t_i e de m valores da função F_1 , calculados na região compreendida entre os valores de X , Y , Z , V_x , V_y e V_z para t_i e para t_{i+1} , onde m é a ordem do método.

O próprio método de Runge-Kutta pode ser utilizado para obter soluções completas e precisas, mas apresenta a desvantagem de ser pouco eficiente do ponto de vista computacional, porquanto as funções F_1 , F_2 , F_3 , G_1 , G_2 e G_3 precisam ser calculadas muitas vezes, a cada passo de tempo $(t_{i+1} - t_i)$ [38].

Por outro lado, os métodos preditores-corretores utilizam equações de extrapolação e interpolação baseadas nas diferenças descendentes (até uma dada ordem n) das funções F_1 , F_2 , F_3 , G_1 , G_2 e G_3 ; para $n=3$, por exemplo, o valor predito (extrapolado) de V_x em t_{i+1} se obtém a partir de seu valor em t_i , e dos valores de F_1 correspondentes a t_i , t_{i-1} , t_{i-2} e t_{i-3} , enquanto seu valor corrigido (interpolado) é obtido a partir do seu valor em t_i , e dos valores de F_1 em t_{i-2} , t_{i-1} , t_i e t_{i+1} , com este último sendo calculado (inicialmente) a partir dos valores preditos de X , Y , Z , V_x , V_y e V_z para t_{i+1} ; as equações

de correção são iteradas até um limite de convergência escolhido.

Um traço característico dos métodos preditores-corretores pode ser percebido do que foi exposto: trata-se do fato de que os métodos não são auto-iniciáveis, já que os cálculos dos valores relativos a um dado instante requerem os valores correspondentes a $n+1$ outros instantes, igualmente espaçados pelo passo de tempo adotado. Desse modo, o procedimento habitual de propagação multipasso consiste em, dados os valores de X, Y, Z, V_x, V_y e V_z relativos a um instante inicial t_0 , calcular os valores do mesmo conjunto nos instantes t_1, t_2, \dots, t_n através do método de Runge-Kutta e, a partir daí, calcular tais valores em t_{n+1}, t_{n+2}, \dots através de um método de predição-correção; é fundamental que a ordem do método de Runge-Kutta seja igual àquela do método de predição-correção.

O resultado da propagação de uma órbita é portanto uma série de valores calculados de X, Y, Z, V_x, V_y e V_z , correspondendo a instantes $t_0, t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, \dots$

3.4 - DETERMINAÇÃO DE ÓRBITAS

Do exposto nos itens precedentes pode-se concluir que três são os fatores que influenciam a precisão e a acurácia com que se determina a órbita de um satélite:

- a) a acurácia do modelo de forças, função da adequação deste modelo à situação física apresentada. Por exemplo, para calcular a órbita de um satélite próximo com precisão e acurácia de 10^{-6} (10m em posição e 1cm/s em velocidade) devem

ser consideradas as forças de atração terrestre (incluindo as marés) e luni-solar, de arrasto e de pressão de radiação, e ainda (mas apenas em certos casos) as forças eletromagnéticas e os efeitos devidos à precessão e à nutação [23];

- b) a acurácia do método de propagação utilizado; no caso do método numérico mostrado no item 3.3, a acurácia é diretamente dependente da ordem dos métodos de inicialização (Runge-Kutta) e preditor-corretor;
- c) a precisão e acurácia dos valores iniciais utilizados na integração, os quais são obtidos a partir de observações realizadas em estações terrestres ou da determinação de uma órbita anterior.

Na prática, nos modernos métodos de determinação de órbita observações continuamente realizadas em várias estações e em instantes diversos são utilizadas para corrigir a órbita propagada (ou seja, para corrigir o conjunto de valores correspondentes a t_0); as incertezas inerentes às observações são modeladas, bem como (eventualmente) se parametrizam certos coeficientes do modelo de forças. A estimativa da órbita se obtém normalmente através do uso do método dos mínimos quadrados ou do filtro (linear ou estendido) de Kalman; os 6 valores inicialmente utilizados correspondem apenas a uma estimativa a priori da órbita, e são obtidos por métodos denominados preliminares [28].

Uma vez que o problema da determinação de órbitas está intrinsecamente relacionado ao da definição e materialização dos sistemas de referência associados ao

NNSS, o aprofundamento desta questão somente será realizado, e de modo bastante específico, no Capítulo 4.

CAPÍTULO 4

DEFINIÇÃO E MATERIALIZAÇÃO DOS SISTEMAS DE REFERÊNCIA ASSOCIADOS AO NNSS

4.1 - INTRODUÇÃO

O Navy Navigation Satellite System foi concebido em 1958 por um grupo de pesquisadores do Laboratório de Física Aplicada da Universidade Johns Hopkins. A idéia se originou de cuidadosas medições efetuadas acerca da variação do efeito Doppler presente nos sinais recebidos em uma estação terrestre fixa a partir de transmissões (em frequência estável) do satélite russo Sputnik 1. Comprovou-se então a viabilidade de determinar a órbita do satélite com base apenas em uma única curva Doppler medida e no conhecimento da posição da estação receptora³.

Frank McClure, chefe do laboratório na ocasião, notando a acurácia com que as órbitas eram estimadas, imaginou que se a posição do satélite podia ser determinada a partir da medição do desvio Doppler em uma estação de posição conhecida, seria também possível determinar (a partir da mesma medição) a posição da estação se a posição do satélite fosse conhecida [36].

Daí se desdobrou o conceito do NNSS que essencialmente consistiu em:

3 - Note-se que neste caso a posição do satélite resulta expressa no mesmo sistema de referência adotado para exprimir a posição da estação receptora.

- a) estabelecer uma constelação de satélites transmitindo continuamente sinais de frequência estável;
- b) receber estes sinais em uma ou mais estações terrestres fixas de posições conhecidas, medindo basicamente o desvio Doppler e determinando daí as órbitas dos satélites;
- c) subseqüentemente, um usuário que desejar utilizar o sistema para navegação, medirá o desvio Doppler que será usado para determinar sua própria posição desconhecida. Ele precisará, naturalmente, estar informado das órbitas dos satélites e a solução natural se mostrou ser a de utilizar os próprios satélites para transmitir as informações orbitais [19], codificando-as na forma digital e modulando com o sinal resultante a onda portadora básica sobre a qual se mede o desvio Doppler.

A finalidade básica do NNSS era suportar as exigências de navegação dos submarinos atômicos da série Polaris.

Duas particularidades intrínsecas ao modelo matemático implícito no conceito do sistema devem todavia ser destacadas.

A primeira delas é a necessidade de se estimar previamente posições acuradas e expressas em um sistema de referência único para as estações terrestres fixas.

A outra questão relevante se refere ao fato de que uma solução puramente geométrica que se baseasse em

medições Doppler requereria observações simultâneas a partir de várias estações, e ainda assim tal solução seria geometricamente fraca [37]. Deste modo, fez-se necessária a adoção de um modelo dinâmico no qual se considera o satélite sujeito às equações do movimento, de forma que observações feitas em instantes diversos podem ser usadas para determinar um único conjunto de constantes de integração as quais se consideram válidas para um intervalo de vários dias ou mesmo semanas⁴ [02]. Ocorre contudo que um modelo dinâmico, ao mesmo tempo em que se beneficia da vantagem de possuir um reduzido conjunto de parâmetros diretamente relacionados às posições de cada satélite, fica sujeito às incertezas inerentes aos parâmetros do modelo de forças.

Os pesquisadores envolvidos na concepção e implementação do NNSS desde cedo perceberam que o sucesso do sistema dependia fundamentalmente de sua capacidade em tratar de forma adequada tais questões, de modo que a maior parte do esforço de desenvolvimento foi aí concentrado.

Em última análise pode-se dizer que a resposta definitiva a estes desafios, e a conseqüente validação do conceito do NNSS, foi obtida quando se demonstrou ser viável a realização de uma solução geodésica geral; isto corresponde a um processo no qual coordenadas das estações terrestres fixas, órbitas (condições iniciais) dos satélites, coeficientes do modelo de forças e parâmetros de erros sistemáticos de observação são simultaneamente estimados (em geral por mínimos quadrados), com base em observações Doppler. Conforme mencionado em

4 - Note-se que, contrariamente à solução geométrica, a solução dinâmica inclui o tempo como variável independente essencial.

[07], William Guier, da Universidade Johns Hopkins, foi um dos primeiros a entender que tal determinação era possível e a realizá-la em um "tour de force" de análise e programação computacional.

No presente contexto, o ponto fundamental sobre o processo da solução geodésica geral reside em que é através dele que se definem e materializam primariamente os sistemas de referência associados ao NNSS.

A base deste processo, que será visto de forma específica no tópico seguinte, se compõe genericamente de:

- i) executar, em uma rede de estações terrestres fixas, por um período de algumas semanas, medições de desvio Doppler sobre os sinais recebidos de um conjunto de satélites que possuam inclinações orbitais variadas; tais medições se convertem em observações de diferenças de distâncias entre posições consecutivas dos satélites e posições das estações de recepção, expressas em um sistema de referência terrestre convencional;
- ii) propagar as órbitas dos satélites em um sistema de referência quase-inercial convencional, a partir de valores a priori para as órbitas (condições iniciais) e para coeficientes do modelo de força, de modo a obter suas posições nos instantes relativos às observações efetuadas. A função de força de atração gravitacional terrestre é desenvolvida em harmônicos esféricos e se supõe, de acordo com a Teoria de Woolard, que o campo correspondente gira em torno do eixo instantâneo de rotação da Terra; em vista disso, a função de

força é expressa inicialmente em um sistema de referência em que o eixo terciário é o instantâneo de rotação⁵ (vide sistema $x'y'z'$ do capítulo 2). Concomitantemente, as injunções $C_{10} = C_{11} = S_{11} = 0$ definem a origem do sistema de referência como sendo o centro de massa da Terra. Assim, em qualquer instante, a expressão da função de força no sistema de referência quase-inercial convencional se obtém a partir de sua expressão (constante) no sistema $x'y'z'$, e da aplicação da matriz de rotação PNR correspondente;

iii) calcular, para todos os instantes relativos às observações efetuadas, as posições dos satélites no sistema de referência terrestre convencional; isto se obtém a partir das posições dos satélites nos mesmos instantes no sistema quase-inercial e da aplicação da matriz de rotação MRNP correspondente. Toma-se de outra parte valores a priori para as posições das estações terrestres fixas expressas no mesmo sistema de referência terrestre convencional, aos quais fica aplicada a

5 - Devido a isto, C_{21} e S_{21} terão valores não nulos, os quais são estimados na solução. Dado o nível de acurácia do modelo não é possível entretanto obter estimativas fisicamente significativas, inviabilizando a estimação do ângulo entre o eixo instantâneo de rotação e o da figura a partir delas. Apesar disso, estes valores são considerados, de vez que, em conjunto com as estimativas correspondentes aos outros coeficientes, possibilitam a representação adequada dos efeitos do campo de gravidade da Terra no movimento dos satélites [02].

injunção que fixa a longitude de uma delas consistentemente com a posição do Meridiano Médio de Greenwich, o que corresponde a definir o eixo secundário do sistema de referência terrestre. Com base em ambos os conjuntos de valores é possível obter valores calculados de diferenças de distâncias, análogos aos valores observados;

- iv) estimar, a partir das inconsistências verificadas entre os conjuntos superabundantes de diferenças de distâncias observadas e calculadas, valores para as órbitas (condições iniciais) dos satélites, coeficientes do modelo de forças, coordenadas das estações terrestres no sistema terrestre convencional, parâmetros de erros sistemáticos presentes nos valores observados e ainda componentes da matriz de rotação do movimento do polo (M), respeitadas evidentemente as propriedades estocásticas atribuídas a cada elemento do modelo, em particular as injunções que definem o sistema de referência.

4.2 - EFEMÉRIDES IRRADIADAS E PRECISAS

De acordo com o que foi visto no tópico precedente, o conceito operacional do NNSS se fundamenta na obtenção em tempo real das informações orbitais do satélite de onde se origina o sinal sobre o qual é medido o desvio Doppler. Tais informações, conhecidas como efemérides irradiadas, correspondem a valores preditos, gerados com base em observações Doppler continuamente realizadas sobre toda a constelação de satélites pelas quatro estações rastreadoras que compõem a Rede Operacional (Operational Network - OPNET); todas estas estações estão localizadas em território norte-americano e são mantidas pelo Navy

Astronautics Group (NAG), responsável pela operação e manutenção do NNSS.

A progressiva utilização do sistema para finalidades científicas⁶, particularmente as relacionadas à Geodésia, deu margem entretanto a outro tipo de informações orbitais, as efemérides precisas. Ao contrário das irradiadas, estas efemérides não resultam de um processo de predição de órbitas, sendo calculadas a posteriori, a partir de observações Doppler efetuadas pela Rede de Rastreo (Tracking Network - TRANET); esta rede se constitui das 4 estações OPNET, de 13 estações permanentes adicionais e de 4 estações móveis [04], se espalhando por toda a superfície terrestre. As efemérides precisas são computadas pelo Naval Surface Weapons Center (NSWC) para apenas dois satélites e enviadas na forma de relatórios para um grupo restrito de usuários, com um atraso de algumas semanas em relação ao período de observação, em um processo que é supervisionado pelo Defense Mapping Agency (DMA).

No decorrer da presente seção se buscará detalhar os procedimentos de geração de ambos os tipos de efemérides, dedicando-se atenção inicialmente aos diferentes processos de definição e materialização primária dos sistemas de referência associados, em correspondência às respectivas soluções geodésicas gerais.

6 - O NNSS se tornou operacional em 1963, sendo a sua utilização liberada para usuários civis a partir de 1967.

4.2.1 - SOLUÇÕES GEODÉSICAS GERAIS

Conforme se viu em 4.1, é no modelo matemático adotado para a solução geodésica geral que se introduz a definição do sistema de referência associado; fruto disto, pode-se dizer que são os resultados obtidos desta solução, na forma de estimativas de parâmetros do modelo, que materializam em primeira instância o mesmo sistema.

Conseqüentemente, tendo em vista as características intrínsecas do referido modelo, se conclui que esta materialização primária só pode ser expressa de forma integral pelos valores seguintes:

- a. coordenadas das estações de rastreo;
- b. parâmetros do modelo de forças às quais são submetidos os satélites, em particular os referentes ao geopotencial;
- c. constantes correspondentes a:
 - c.1 - velocidade da luz;
 - c.2 - KM (constante gravitacional vezes a massa da Terra, incluída a atmosfera);
 - c.3 - elementos das matrizes P (precessão geral), N (nutação) e R (movimento diurno de rotação da Terra);
 - c.4 - taxas de deriva de todos os relógios e osciladores das estações de rastreo e dos satélites.

Assim, uma vez que tais valores compõem um conjunto auto-consistente, carece de significado neste

contexto a utilização isolada de quaisquer deles, bem como a implementação de alterações em algum sem que seja considerado o impacto gerado sobre os outros.

Ao longo dos anos, os sistemas de referência associados tanto às efemérides irradiadas quanto às precisas foram várias vezes revisados, à medida que se acumulavam mais observações Doppler das estações fixas e que evoluíam as facilidades de processamento e análise, possibilitando novas e mais acuradas soluções geodésicas gerais.

4.2.1.1 - SISTEMA DE REFERÊNCIA ASSOCIADO ÀS EFEMÉRIDES IRRADIADAS

Desde o início da fase operacional do NNSS, já existiram 5 sistemas de referência associados às efemérides irradiadas. O último deles, atualmente utilizado, é denominado NWL-10D⁷.

As mais importantes modificações ocorridas em correspondência à materialização primária do NWL-10D foram [03]:

7 - Há aqui um ponto importante a considerar: normalmente, só são mencionados 4 sistemas; houve, no entanto, anteriormente à revisão que gerou o NWL-10D uma alteração significativa a nível de definição do sistema de referência e que como tanto não é tomada em conta; trata-se da consideração do movimento do polo, de acordo com suas coordenadas preditas, obtidas das circulares B/C do BIH; antes da adoção de tal procedimento o movimento do polo não era considerado, e portanto não se tinha o eixo terciário do sistema de referência definido apontado para o CIO.

- a. o valor de KM foi alterado de $398601,5 \pm 0,6$ Km^3/s^2 para $398600,8 \pm 0,4$ km^3/s^2 ;
- b. o modelo geopotencial APL-4.5 foi substituído pelo WGS-72, passando ainda a ser considerado no modelo de forças o efeito indireto devido às marés luni-solares;
- c. as coordenadas das estações de rastreo foram modificadas, de modo a garantir e aumentar a consistência interna da solução.

Cabe então uma explicação mais pormenorizada a respeito do World Geodetic System 1972 (WGS-72). Tal sistema resultou de uma solução geodésica geral unificada realizada pelo Departamento de Defesa Norte-americano (DoD), na qual se buscou uma combinação otimizada de dados óticos e eletrônicos de satélites, gravimétricos de superfície e astro-geodésicos. Inicialmente, formou-se uma matriz de equações normais para cada um dos conjuntos de dados; a seguir, foram combinadas as várias matrizes, sendo a matriz resultante resolvida de modo a determinar as correções aos valores adotados a priori para os coeficientes do modelo geopotencial e para as coordenadas de todas as estações envolvidas. O processo gerou ainda estimativas para parâmetros definidores de um elipsóide médio terrestre, do geóide e das transformações geométricas entre o WGS-72 e vários datums geodésicos.

Isto posto, é possível explicar a origem das coordenadas das estações OPNET utilizadas no NWL-10D; elas foram fornecidas pelo DoD como sendo o conjunto de valores mais consistente com o modelo geopotencial WGS-72, considerados apenas os dados Doppler [18] (vale dizer,

correspondendo às estimativas obtidas da resolução em separado da matriz de equações normais Doppler com a aplicação de injunções forçando os parâmetros relativos aos coeficientes do geopotencial a terem os mesmos valores obtidos na solução unificada).

Ademais, a estas coordenadas não foi aplicada qualquer transformação ou correção que as referenciasse ao datum WGS-72; ao contrário, a única transformação aplicada ao conjunto de coordenadas fornecidas foi uma rotação de $+5 \times 10^{-7}$ radianos em longitude, de forma a manter a direção do eixo primário do sistema de referência anterior.

O conjunto de coordenadas resultante foi também denominado NWL-10D; deve ficar claro, todavia, que o sistema de referência NWL-10D não se restringe ao conjunto NWL-10D de coordenadas das estações de rastreo, e ainda que tal sistema não é coincidente com o WGS-72.

4.2.1.2 - SISTEMA DE REFERÊNCIA ASSOCIADO ÀS EFEMÉRIDES PRECISAS

Já existiram 6 sistemas de referência associados às efemérides precisas; nas tabelas 4.1 e 4.2 estão listados respectivamente os modelos geopotenciais e os conjuntos de coordenadas das estações TRANET desde o original correspondente a cada um.

Início de utilização	Modelo
20 fev 1967	NWL-8D
18 abr 1968	NWL-8H
13 fev 1970	NWL-9B
02 jan 1973	NWL-10E
15 jun 1977	NSWC-10E1
01 jan 1987	WGS-84

Tabela 4.1 - Modelos geopotenciais utilizados em associação às efemérides precisas ([25], com modificações).

Início de utilização	Conjunto
20 fev 1967	NWL-8E
19 jan 1968	NWL-8F
20 dez 1970	NWL-9C
18 out 1971	NWL-9D
15 jun 1977	NSWC-9Z2
01 jan 1987	WGS-84

Tabela 4.2 - Conjuntos de coordenadas de estações TRANET utilizados em associação às efemérides precisas ([25], com modificações).

Alguns aspectos são relevantes:

- a. também aqui o sistema de referência toma o mesmo nome que o conjunto de coordenadas das estações de rastreio, sem que se confundam estes dois conceitos;

- b. desde o NWL-8F houve a preocupação de se definir um sistema em que o eixo terciário apontasse para o CIO; entretanto, efeitos sistemáticos residuais foram encontrados tanto no NWL-8F quanto no NWL-9C, de modo que só a partir do NWL-9D é que se pode dizer que a orientação do sistema foi definida segundo o CIO;
- c. exceto no caso do WGS-84, vale dizer, com relação aos modelos geopotenciais e aos conjuntos de coordenadas, que o sistema se caracteriza por ser auto-contido, o que significa que tais valores foram unicamente estimados com base em observações Doppler efetuadas nas estações TRANET, cabendo acrescentar que apenas em duas ocasiões ambos os conjuntos de valores foram obtidos em uma solução única, sendo nas outras vezes realizadas iterações entre soluções particulares, com cada nova situação para um dado conjunto respondendo às alterações havidas no outro, preservando-se assim a consistência do sistema.

Por fim, há que se fazer duas observações, as quais se aplicam aos sistemas de referência associados tanto às efemérides irradiadas quanto às precisas. A primeira delas visa ressaltar que, diferentemente do que ocorre na definição de um datum geodésico convencional, o conceito de elipsóide é aqui completamente desnecessário; pelo contrário, os parâmetros que o definem são muitas

vezes estimados a partir da materialização dos sistemas de referência⁸.

A outra observação é no sentido de dar conta dos planos de unificar os sistemas de referência, pela adoção do World Geodetic System 1984 (WGS-84), também em associação às efemérides irradiadas.

4.2.2 - CÁLCULO DAS EFEMÉRIDES

Uma vez materializado um sistema de referência como resultado de uma solução geodésica geral, é possível obter novas materializações, aqui chamadas secundárias, a partir da primeira e a um custo significativamente menor.

Estas materializações secundárias são obtidas a partir de soluções dinâmicas parciais, nas quais parâmetros tais como os coeficientes do modelo geopotencial e as coordenadas das estações permanentes de rastreo são fixados segundos suas estimativas resultantes da solução geral precedente [33]. Normalmente, um programa de computador específico é utilizado, já que a eficiência de um programa é maior quando seus objetivos são mais limitados [01].

As soluções parciais se baseiam em observações realizadas ao longo de um intervalo de tempo

8 - Para tanto, as altitudes ortométricas (obtidas por nivelamento) das estações de rastreo são subtraídas de seus raios vetores geocêntricos (obtidos através da solução Doppler), gerando pontos sobre o geóide. Um elipsóide é então ajustado a estes pontos por mínimos quadrados [07].

menor, em geral de 2 a 5 dias, o que contribui para reduzir o efeito de algumas incertezas inerentes ao modelo de forças.

Duas são as espécies de materializações secundárias possíveis. A primeira corresponde a coordenadas de estações móveis de rastreamento, e a segunda às próprias efemérides dos satélites rastreados. No entanto, como o objetivo básico do NNSS é a obtenção de posições na Terra, as efemérides são apenas o meio pelo qual se irão viabilizar novas materializações, que se dominarão terciárias (ver Seção 4.3).

4.2.2.1 - CÁLCULO DAS EFEMÉRIDES IRRADIADAS

Neste processo são as efemérides dos satélites a única forma de materialização do sistema de referência associado (no caso, o NWL-10D).

Elas são calculadas para todos os satélites, a partir da determinação de arcos de órbitas correspondentes a um intervalo de tempo de 30 horas de observações Doppler efetuadas pelas estações OPNET. As determinações (uma para cada satélite) são realizadas a cada 12 horas (ou 24 horas, durante períodos de pequena atividade solar) [20], incorporando por vez 12 (ou 24) horas de novos dados.

O processo de determinação das órbitas é realizado em termos de coordenadas cartesianas referenciadas ao sistema quase-inercial convencional fixado pelo polo celeste e pelo equinócio vernal médios de 1950,0, se baseando no sistema de Tempo Universal Coordenado (TUC). As coordenadas quase-inerciais de um dado satélite nos instantes correspondentes às observações são inicialmente

calculadas a partir de um estado inicial (instante relativo à primeira observação efetuada dentro do intervalo de 30 horas considerado) definido a priori pelo valor obtido na determinação precedente, com base em um método de propagação similar ao descrito na Seção 3.3.

A seguir, tais coordenadas são transformadas para o sistema terrestre (NWL-10D). Nesta transformação dois aspectos devem ser destacados:

- a. para se obter a matriz R , correspondente ao movimento diurno de rotação da Terra, é preciso referenciar as épocas relativas às observações a um sistema de tempo rotacional; isto se faz pela utilização de valores extrapolados de $(TU\ 1 - TUC)$ obtidos a partir dos boletins semanais do Observatório Naval Americano;
- b. a matriz M (movimento do polo) é calculada com base em valores preditos de u_p e v_p (ver Seção 2.4.3), fornecidos nas circulares mensais B/C do BIH.

O processo de determinação da órbita se completa através de um ajustamento entre os valores calculados para as diferenças de distâncias, os quais se obtêm a partir das coordenadas do satélite e das estações, e os valores deduzidos das observações, realizadas as devidas reduções, das quais alguns coeficientes são estimados no próprio ajustamento. Como já foi dito, em todo o processo ficam fixos os valores resultantes da materialização primária do NWL-10D.

Uma vez determinadas, as órbitas são extrapoladas (propagadas) por mais 30 horas,

resultando em coordenadas quase-inerciais relativas a cada minuto par de Tempo Universal Coordenado contido neste intervalo de tempo.

As efemérides propriamente ditas são geradas através do ajustamento de uma elipse (à qual são permitidos os movimentos de precessão em ω e Ω) a estas coordenadas extrapoladas. Por isso, as efemérides consistem de parâmetros fixos, que definem a elipse ajustada e de parâmetros variáveis, que expressam o vetor diferença entre cada posição extrapolada e o correspondente ponto na elipse (são os resíduos do ajustamento) segundo componentes ao longo da órbita (ΔE), radial (Δa) e fora do plano (η).

Depois de calculadas, as efemérides são injetadas nas memórias dos computadores de bordo dos respectivos satélites a cada 12 horas; cada injeção ocorre em média 6 horas após o instante correspondente à última observação utilizada na determinação da órbita [17], e compreende efemérides relativas a um arco extrapolado de 16 horas (para satélites da série Oscar) ou de 24 horas de duração (para satélites da série Nova).

Finalmente, o computador de bordo se encarrega de comandar o processo de transmissão das efemérides, através da modulação sincronizada de sinais codificados a elas correspondentes nas ondas portadoras. É relevante enfatizar que, devido às limitações de tamanho das palavras utilizadas, o valor de ΔE é irradiado com resolução de $0,00001^\circ$ (13m) e os de Δa e η com 10m (desvios-padrão de 4m, 3m e 3m respectivamente, devido ao arredondamento) [21].

4.2.2.2 - CÁLCULO DAS EFEMÉRIDES PRECISAS

O processo de cálculo das efemérides precisas guarda muitas semelhanças com aquele referente às efemérides irradiadas. Quanto às diferenças entre ambos, algumas já foram mencionadas:

- a) as efemérides irradiadas resultam de uma extrapolação, enquanto que as precisas descrevem um arco de órbita efetivamente observado;
- b) as observações utilizadas para a determinação das efemérides precisas são efetuadas em 21 estações TRANET, espalhadas por toda a Terra, diferentemente das usadas na geração das irradiadas, que são realizadas nas 4 estações OPNET, todas em território norte-americano;
- c) as efemérides irradiadas são acessíveis a todos os usuários do sistema em tempo real, e as precisas apenas a usuários qualificados com um atraso de algumas semanas;
- d) as efemérides irradiadas são calculadas para todos os satélites, enquanto que as precisas o são apenas para dois satélites (os quais podem diferir a cada vez);
- e) a materialização primária na qual o cálculo das efemérides precisas se apóia (e que permanece fixa durante o processo) corresponde ao sistema de referência WGS-84 e não ao NWL-10D, associado às efemérides irradiadas.

Além destas, outras diferenças devem ser mencionadas. São elas:

- f) as efemérides precisas são fornecidas em um formato diferente das irradiadas; consistem de um conjunto de posições e velocidades dos satélites expressas no sistema (terrestre) WGS-84, relativas a cada minuto de TUC; as resoluções são de 1m para as componentes de posição e de 1mm/s para as de velocidade, com desvios-padrão devido ao arredondamento de 0,3 m e 0,3mm/s, respectivamente [21];
- g) a propagação utilizada no processo de determinação de órbita que conduz às efemérides precisas também é realizada em termos de coordenadas cartesianas quase-inerciais, baseando-se todavia no método de Cowell de décima ordem⁹;
- h) as observações utilizadas na determinação das efemérides precisas se referem a um intervalo de 48 horas;
- i) os valores de (TU 1 - TUC) utilizados no processo de cálculo das efemérides precisas não são extrapolados, sendo oriundos de fonte diferente da dos usados na geração das efemérides irradiadas: a circular D do BIH;
- j) as componentes do movimento do polo são estimadas no curso do processo de determinação das efemérides precisas, correspondendo seus valores a

9 - Maiores detalhes sobre este método podem ser obtidos em [29] e [42].

priori aos valores finais do BIH, obtidos da mesma circular D;

- 1) as efemérides precisas não são a única materialização secundária do sistema WGS-84 que resulta do processo que as calcula; são também estimadas coordenadas de posições ocupadas por estações móveis durante o período base de 48 horas (evidentemente, cada estação móvel só poderá ocupar uma posição por período base, devendo nela permanecer até que coordenadas precisas sejam obtidas).

Existem ainda diferenças de acurácia e precisão; estes aspectos serão todavia tratados, para todos os níveis de definição e materialização dos sistemas de referência envolvidos, na Seção 4.4.

4.3 - POSICIONAMENTO COM O NNSS

A estimação da posição de estações sobre a Terra é a finalidade básica a que se destina o NNSS. Existem neste caso dois tipos fundamentais de aplicações: a navegação, quando a estação é móvel, e o posicionamento, quando fixa. Dadas as suas características, apenas o posicionamento será aqui abordado.

Além disso, o presente trabalho visa analisar o posicionamento apenas enquanto materialização de um dado sistema de referência. Desse modo, o breve estudo dos métodos de posicionamento a ser desenvolvido estará pautado por esta ótica, não pretendendo ser extensivo ou mesmo abrangente no que diga respeito a outros aspectos da questão.

Por esta razão, não se buscará classificar os métodos, posto que isto só poderia ser adequadamente realizado se estudadas todas as diferentes características de cada um. Concomitantemente, adotar-se-á a terminologia clássica para designá-los, sem preocupação alguma de caracterizar única e/ou completamente qualquer método através de seu nome.

4.3.1 - POSICIONAMENTO POR PONTO

Este é o modo de posicionamento em larga escala em torno do qual o NNSS foi inicialmente estruturado. Corresponde à estimação da posição de uma dada estação com base na realização de medições (contagens) Doppler e na utilização de efemérides (irradiadas ou precisas) previamente calculadas dinamicamente e fixadas no ajustamento, com o que o modelo funcional associado se reduz a considerações puramente geométricas.

A posição resultante materializa a um nível terciário o sistema de referência correspondente, sendo o método que a gerou, devido às suas características, qualificado de semi-dinâmico [21].

Uma análise do modelo matemático utilizado mostra que cada contagem Doppler define como lugar geométrico da estação um hiperbolóide cujos focos são as posições do satélite correspondentes aos instantes inicial e final da contagem.

A estimativa livre (sem injunções) da posição da estação no espaço tridimensional não é entretanto possível a partir de observações realizadas durante apenas uma passagem do satélite pois nesse caso a interseção dos correspondentes hiperbolóides resulta, mesmo

se desconsideradas as incertezas inerentes ao modelo, em um círculo centrado na órbita em sua posição de máxima aproximação à estação [37].

Adicionalmente, há que se levar em conta as incertezas associadas, cujas fontes são basicamente as efemérides, a refração e o receptor usado na realização das observações [21].

Por tudo isto, o posicionamento tridimensional por ponto é efetivado via de regra através do ajustamento por mínimos quadrados de observações realizadas ao longo de várias passagens dos satélites.

4.3.2 - TRANSLOCAÇÃO

Neste método, é necessário que duas ou mais estações rastreiem simultaneamente os satélites. Em tal situação, os erros orbitais e os devidos à refração são correlacionados, em um grau que depende da separação e da orientação relativa entre as estações e cada passagem observada.

Assim, a estimação das posições relativas entre as estações estará menos sujeita aos erros mencionados, os quais se cancelarão dentro do grau de correlação existente, revertendo em um maior nível de acurácia. As posições absolutas entretanto não serão mais acuradas do que o seriam se estimadas isoladamente.

No caso em que hajam mais de duas estações realizando observações será ainda possível o estabelecimento de injunções que visem a geometrizar a rede de estações; este modo de operação é conhecido como multi-estação.

4.3.3 - ÓRBITA RELAXADA

Aqui, em lugar de se assumir que as efemérides previamente calculadas são perfeitas, admite-se a existência de tendenciosidades nas órbitas, as quais são modeladas geometricamente e estimadas juntamente com as posições das estações e com outros parâmetros referentes a efeitos sistemáticos.

Em geral, a forma das órbitas é mantida segundo o que é expresso pelas efemérides, sendo estimados, para cada passagem, parâmetros correspondentes a possíveis translações e rotações (1 a 6 parâmetros). Wells [48] mostra que a maior parte das tendenciosidades dos elementos orbitais pode ser eliminada por uma translação (3 parâmetros).

Este método pode ser usado tanto com o posicionamento por ponto (absoluto), quanto com a translocação (relativo); no entanto, sua potencialidade é melhor explorada no segundo caso, pois permite a consideração explícita da correlação geométrica existente.

O mal condicionamento da solução obtida pelo método de relaxação orbital é evitado através da aplicação de injunções aos parâmetros correspondentes às tendenciosidades, adotando-se para estas valores e pesos correspondentes a uma avaliação prévia; posteriormente, checa-se a consistência das correções obtidas para tais parâmetros com as injunções impostas, o que garante ainda que as posições estimadas estão expressas no sistema de referência associado às efemérides utilizadas.

4.3.4 - ARCOS CURTOS

Pode ser visto como o método mais geral de posicionamento; nele, a determinação de longos arcos de órbitas (36 ou 48 horas) realizada ao longo do cálculo das efemérides é substituída por determinações de arcos curtos, correspondentes a cada trecho das órbitas dos satélites durante o qual tenham sido feitas observações Doppler por uma estação da qual se deseje estimar a posição.

Assim, para cada passagem de satélite haverão 6 parâmetros adicionais a estimar, correspondentes ao estado inicial; naturalmente, terá que ser empregado um modelo de forças, o qual todavia pode ser bastante simplificado tendo em vista a pequena extensão da órbita a determinar.

A grande vantagem do método advém de sua natureza dinâmica, que possibilita um incremento da rigidez estatística da solução, através do agrupamento de observações realizadas em instantes diversos; uma vez que cada conjunto de parâmetros é válido apenas para um intervalo de tempo restrito, previne-se a acumulação de efeitos significativos decorrentes das incertezas no modelo de forças [02].

De modo geral, os parâmetros relativos aos estados iniciais são submetidos a injunções a partir de valores a priori, os quais são obtidos através de um ajuste do modelo de propagação às efemérides previamente disponíveis, e de uma ponderação correspondente às incertezas atribuídas a tais efemérides [08]. Desta forma, as posições a serem estimadas resultam expressas no mesmo sistema de referência em que se exprimem as efemérides empregadas.

Assim como a relaxação, o método dos arcos curtos pode ser empregado tanto no posicionamento absoluto quanto no relativo, com resultados de maior acurácia sendo obtidos no caso da tranlocação.

É interessante observar que os métodos de posicionamento semi-dinâmicos (absolutos ou relativos), nos quais a órbita é fixada de acordo com as efemérides fornecidas, correspondem ao caso particular do posicionamento por arcos curtos em que os estados iniciais adotados são considerados isentos de erro (pesos infinitos).

De outra parte, note-se que é também possível utilizar o método sem que quaisquer injunções sejam aplicadas aos estados iniciais. Isto só pode ser feito, todavia, no caso de posicionamento multi-estação, sendo necessário então aplicar injunções às posições de no mínimo 3 estações, de modo a definir o sistema de referência (o qual não precisa ser necessariamente geocêntrico).

4.4 - INCERTEZAS RELACIONADAS AOS SISTEMAS DE REFERÊNCIA ASSOCIADOS AO NNSS

As incertezas inerentes aos modelos que levam à materialização dos sistemas de referência associados ao NNSS se originam basicamente de 3 fontes: o receptor utilizado nas observações, as efemérides e a refração atmosférica.

O receptor gera incertezas apenas aleatórias, já que os efeitos sistemáticos podem ser adequadamente tratados através do modelo (com eventuais

parâmetros a estimar) e os eventuais enganos (erros grosseiros) podem ser detetados através de uma depuração das observações. Assim, as observações realizadas se convertem em diferenças de distância com erros aleatórios em torno de 10cm [02], com o que seria possível obter, se desconsiderados os outros erros existentes, posições tridimensionais com incertezas em torno de 50cm em cada componente.

De outra parte, as efemérides se encontram envolvidas tanto de erros aleatórios quanto de sistemáticos. No caso das efemérides irradiadas, o erro dominante é aquele causado pelo arrasto atmosférico, se devendo a variações imprevisíveis na atividade solar; o erro, que se reflete quase que inteiramente na direção do movimento do satélite, tende a flutuar aleatoriamente de dia para dia, havendo entretanto uma componente periódica, correlacionada a períodos razoavelmente longos [18]. Devido a este e a outros erros, de menor monta, se estima que a incerteza associada às efemérides irradiadas varie de 19 a 26m, de 15 a 20m e de 9 a 10m nas direções do movimento do satélite, fora do plano e radial, respectivamente, dependendo da localização da época de observação no intervalo entre duas injeções de dados [03]. Já no caso das efemérides precisas, é o campo de gravidade terrestre a principal fonte de incertezas, as quais são de caráter predominantemente aleatório, mas possuem uma parcela geograficamente correlacionada. A composição de todas as incertezas envolvidas no cálculo das efemérides precisas conduz a uma incerteza de posição resultante em torno de 2m em cada componente.

Por fim, existem as incertezas relacionadas à refração atmosférica, que é classicamente subdividida em ionosférica e troposférica. A correção correspondente à

refração ionosférica é normalmente efetuada pela consideração apenas de sua componente de primeira ordem, com a qual são reduzidas as observações efetuadas; tal modelagem é suficientemente acurada para os propósitos de posicionamento. Quando à refração troposférica, seu efeito é tomado em conta não só na redução das observações como também através da parametrização de coeficientes envolvidos, passagem a passagem; ainda assim, não é possível evitar a presença de erros periódicos, os quais evidentemente têm influência danosa no posicionamento.

É então possível ver, face à análise efetuada, que no posicionamento por ponto estão presentes erros não-aleatórios, com o que não se verifica a hipótese estatística básica de que o valor esperado dos erros sobre todo o período de observações seja zero, resultando por conseguinte uma estimativa tendenciosa de posição. Tais efeitos sistemáticos, conquanto possam ser minorados através do balanceamento espacial de um centro número de passagens, introduzem um limitante de qualidade no posicionamento por ponto, não sendo portanto possível reduzir as incertezas através da realização de observações adicionais. Deste modo, a partir de observações efetuadas ao longo de 30 a 50 passagens, pode-se obter com o método de posicionamento por ponto incertezas de 1 a 1,5m ou de 3 a 5m em cada componente de posição tridimensional, através do emprego de efemérides precisas ou irradiadas, respectivamente.

Menores incertezas podem evidentemente ser obtidas através da utilização de métodos mais elaborados de posicionamento, como os vistos na seção precedente; tais métodos são de grande valia especialmente no caso em que se utilizam efemérides irradiadas.

Resta por considerar todavia uma fonte de diferenças sistemáticas entre as posições resultantes: o sistema de referência adotado em cada caso.

Tais diferenças, que correspondem a parâmetros geométricos de transformação entre os sistemas, só são consideradas como erros quando se tem em mente a idealização a que todos os sistemas de referência associados a satélites de posicionamento se reportam: o Sistema Terrestre Médio.

A determinação destas diferenças é realizada através da comparação de posições homólogas em conjuntos de pontos globalmente distribuídos; ainda assim, é preciso notar que, devido às correlações existentes, os parâmetros resultantes só têm validade em um sentido médio global, não possuindo significado geométrico estrito.

Os resultados mais confiáveis indicam que as posições obtidas através das efemérides irradiadas (expressas no sistema NWL-10D) são compatíveis com aquelas obtidas até 31 de dezembro de 1986 através das efemérides precisas (que eram expressas no sistema NSWC-9Z2)¹⁰, exceto por um pequeno fator de correção de escala de $+0,2 \times 10^{-6}$ e por uma translação em Z de - 2m.

Por fim, o sistema NSWC-9Z2 requer correções de aproximadamente $-0,4 \times 10^{-6}$ em escala, $+0,8''$ em longitude (rotação em torno do eixo Z) e de +4m na coordenada Z de modo a se tornar consistente com as convenções internacionais para a escala (velocidade da luz) e as orientações do polo e de longitude [20].

10 - Não foi possível obter os valores correspondentes ao sistema WGS-84.

CONCLUSÕES

Procurou-se com o trabalho que ora se encerra demonstrar a importância de certos conceitos para o estudo e a aplicação do NNSS. Em geral, o fato de estarem as efemérides dos satélites, sejam elas irradiadas ou precisas, quase que automaticamente disponíveis tem levado a uma relativa acomodação no que diz respeito à exploração das potencialidades do sistema, posto que é possível obter posições razoavelmente acuradas pelo uso do método de posicionamento por ponto, muitas vezes até mesmo no campo.

É importante notar que, mesmo com a emergência do Global Positioning System (GPS), a preservação do NNSS é garantida ainda por alguns anos. Assim sendo, certos aspectos devem ser analisados; são eles:

- a) o Brasil conta com um "parque instalado" de receptores NNSS de tamanho considerável;
- b) existe uma grande quantidade de posições já determinadas pelo método de posicionamento por ponto as quais poderiam ser reprocessadas por um método mais acurado, e onde se poderiam inclusive aplicar eventuais correções aos sistemas de referência correspondentes;
- c) os receptores GPS ainda apresentam custo elevado (embora seja esperada uma significativa redução ao longo dos próximos anos), e uma taxa de "envelhecimento tecnológico" ainda alta;
- d) o sistema GPS permanece em fase de testes (não operacional), com o que se reduzem as "janelas" em

que é possível contar com configurações estações-satélites que permitam plena utilização do sistema em território brasileiro.

Tais colocações, embora indiquem a oportunidade da continuidade do uso do NNSS no Brasil, especialmente em conjugação com métodos mais elaborados de posicionamento, não pretendem de modo algum provocar desinteresse no que diga respeito ao GPS. Ao contrário, é essencial que se desenvolvam pesquisas de modo a que o país possa acompanhar sem defasagem muito grande a evolução de uma tecnologia de tamanho potencial.

Nesse ponto cabe inclusive ressaltar as incertezas que perduram quanto à possibilidade de acesso às efemérides (irradiadas e precisas) dos satélites GPS, bem como quanto à possível degradação que possa vir a lhes ser imposta [05]. Deste modo, torna-se também essencial a realização de pesquisas que possibilitem a determinação destas efemérides de modo independente. Para tanto, espera-se que os conceitos apresentados nesta dissertação sirvam de estímulo e orientação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [01] - ANDERLE, R.J. Transformation of terrestrial survey data to Doppler satellite datum. Journal of Geophysical Research, Vol. 79, N. 35. American Geophysical Union, 1974.

- [02] - ANDERLE, R.J. & TANENBAUM, M.C. Practical realization of a reference system for Earth dynamics by satellite methods. In: Reference coordinate systems for Earth dynamics. Torun, Polish Academy of Sciences, 1975.

- [03] - ARUR, M.G. Experiments for improved positioning by means of integrated Doppler satellite observations and the NNSS broadcast ephemeris. Reports of the Department of Geodetic Science, N. 258. Columbus, The Ohio State University, 1977.

- [04] - ASHKENAZI, V. & MOORE, T. The navigation of navigation satellites. In: Royal Institute of Navigation Meeting. London, Royal Aeronautical Society, 1986.

- [05] - BEZERRA, P.C.R. Sistema de Posicionamento Global - aplicações militares. Revista Militar de Ciência e Tecnologia, Vol. 4, N. 3. Rio de Janeiro, DACED, 1987.

- [06] - BEZERRA, P.C.R. Campo de gravidade terrestre. Seminário. Curitiba, UFPr, 1988.

- [07] - BLACK, H.D. The Transit System, 1977: Performance, plans and potential. In: Satellite Doppler tracking and its geodetic applications. Philosophy Transactions of the Royal Society of London, A294. London, The Royal Society of London, 1980.
- [08] - BROWN, D.C. Doppler positioning by the short arc method. In: Proceedings of the First International Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning. Las Cruces, 1976.
- [09] - COXETER, H.S.M. Non Euclidean Geometry. Toronto, University of Toronto Press, 1978.
- [10] - D'ALGE, J.C.L. Dinâmica da rotação da Terra à luz da nutação livre - o movimento do polo. Seminário. Curitiba, UFPr, 1983.
- [11] - DERMANIS, A. Probabilistic and deterministic aspects of linear estimation in Geodesy. Reports of the Department of Geodetic Science, N. 244. Columbus, The Ohio State University, 1976.
- [12] - EISBERG, R.M. & LERNER, L.L. Física: fundamentos e aplicações. São Paulo, McGraw-Hill, 1982.
- [13] - GEMAEL, C. Introdução à Geodésia Celeste. Curitiba, UFPr, 1975.
- [14] - GRIMM, A.M. VLBI como instrumento da Geodésia e Geofísica. Tese. Mestrado. Curitiba, UFPr, 1982.

- [15] - HATSCHBACH, F. Redução de coordenadas celestes e identificação de estrelas em catálogos gravados em fitas magnéticas. Programas em linguagem Fortran IV. Tese. Mestrado. Curitiba, UFPr, 1975.
- [16] - HATSCHBACH, F. Tempo em astronomia. Curitiba, UFPr, 1979.
- [17] - HOAR, G.J. Satellite surveying. Torrence, Magnavox, 1982.
- [18] - JENKINS, R.E. & LEROY, C.F. "Broadcast" versus "precise" ephemeris - apples and oranges. In: Proceedings of the Second International Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning. Austin, 1979.
- [19] - KERSHNER, R.B. The Doppler concept and the operational Navy Navigation System. In: Proceedings of the First International Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning. Las Cruces, 1976.
- [20] - KOUBA, J. A review of geodetic and geodynamic satellite Doppler positioning. Reviews of geophysics and space physics, Vol. 21, N. 1. American Geophysical Union, 1983.
- [21] - KOUBA, J. & WELLS, D.E. Semi dynamical Doppler satellite positioning. Bulletin Gêodésique, N. 50. Paris, 1976.
- [22] - KOVALESVSKY, J. The reference systems. In: Time and the Earth's rotation. Dordrecht, D. Reidel, 1979.

- [23] - KOZAI, Y. Analytical orbital theories for satellites. In: Proceedings of the International Symposium on the use of Artificial Satellites for Geodesy and Geodynamics. Athens, 1974.
- [24] - KOZAI, Y. Motions of artificial satellites and coordinate systems. In: Reference Coordinate systems for Earth dynamics. Dordrecht, D. Reidel, 1981.
- [25] - KUMAR, M. An unbiased analysis of Doppler coordinate systems. In: Proceedings of the Third International Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning. Las Cruces, 1982.
- [26] - LAMBECK, K. Precession, nutation and the choice of reference system for close Earth satellite orbits. Celestial Mechanics, N. 7. Dordrecht, D. Reidel, 1973.
- [27] - LEICK, A. The observability of the celestial pole and its nutations. Reports of the Department of Geodetic Science, N. 262. Columbus, The Ohio State University, 1978.
- [28] - LOPES, R.V.F. & KUGA, H.K. Fast optimal orbit estimation from GPS measurements. São José dos Campos, INPE, 1986.
- [29] - MEIROVITCH, L. Methods of Analytical Dynamics. New York, McGraw-Hill, 1970.
- [30] - MIKHAIL, E.M. Observations and Least Squares. New York, Dun-Donnelley, 1976.

- [31] - MORITZ, H. Concepts in geodetic reference frames. Reports of the Department of Geodetic Science, N. 294. Columbus, The Ohio State University, 1979.
- [32] - MUELLER, I.I. Spherical and practical astronomy. New York, F. Ungar, 1969.
- [33] - MUELLER, I.I. Tracking station positioning from artificial satellite observations. Geophysical Surveys, N.2. Dordrecht, D. Reidel, 1975.
- [34] - MUELLER, I.I. Reference coordinate systems for Earth dynamics: a preview. In: Reference coordinate systems for Earth dynamics. Dordrecht, D. Reidel, 1981.
- [35] - MUELLER, I.I. Reference coordinate systems and frames: concepts and realization. Bulletin Géodésique, N. 59. Paris, 1985.
- [36] - NASA National Geodetic Satellite Program. Washington, 1977.
- [37] - NESBO, I. Comparison of mathematical models for Doppler satellite positioning. M.S.E. Thesis. Fredericton, University of New Brunswick, 1976.
- [38] - PACITTI, T. & ATKINSON, C.P. Programação e métodos computacionais. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1980.
- [39] - PILCHOWSKI, H.U.; SILVA, W.C.C.; FERREIRA, L.D.D. Introdução à Mecânica Celeste. São José dos Campos, INPE, 1981.

- [40] - PUGH, E.M. & WINSLOW, G.H. The analysis of physical measurements. Reading, Addison-Wesley, 1966.
- [41] - ROCHESTER, M.G. The Earth's rotation. In: Proceedings of the second GEOP research conference. Reports of the Department of Geodetic Science, N. 231. Columbus, The Ohio State University, 1975.
- [42] - SILVA, W.C.C. & FERREIRA, L.D.D. Satélite artificial - movimento orbital. São José dos Campos, INPE, 1984.
- [43] - SPIER, G.W. Design and implementation of models for double precision trajectory program (DPTRAJ). NASA Technical Memorandum, N. 33-451. Pasadena, Jet Propulsion Laboratory, 1971.
- [44] - SYMON, K.R. Mecânica. Rio de Janeiro, Campus, 1982.
- [45] - VANÍCEK, P. & KRAKIWSKI, E. Geodesy: the concepts. Amsterdam, North-Holland, 1982.
- [46] - VANÍCEK, P. & WELLS, D.E. Report on geocentric and geodetic datums. Technical Report, N. 32. Fredericton, University of New Brunswick, 1975.
- [47] - VEIS, G. Ideal reference frames: concepts and interrelationships. In: Reference coordinate systems for Earth dynamics. Dordrecht, D. Reidel, 1981.
- [48] - WELLS, D.E. Doppler satellite control. Technical Report, N. 29. Fredericton, University of New Brunswick, 1974.

- [49] - WELLS, D.E., ed. Guide to GPS positioning.
Fredericton, Canadian GPS Associates, 1986.